

**А.И.КНЯЗЬ, А.А.КНЯЗЬ**

# **ПОЛНОПРОЗРАЧНЫЕ СРЕДЫ И СТРУКТУРЫ**

ОДЕССА

Князь А.И., Князь А.А. Полнопрозрачные среды и структуры -Одесса- 1996.

Импедансно согласованные волновые процессы являются оптимальными по ряду показателей. В данной работе на основе изложенной теории предлагается специально создавать изоимпедансные среды и структуры, обеспечивающие режим полной прозрачности. Применение указанных результатов возможно как при создании электромагнитных систем различных диапазонов частот (вплоть до оптического), так и в акустических задачах. Предназначена для научных работников, аспирантов, инженеров радио и электротехнических специальностей.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Глава 1. Электродинамика равнопроницаемых магнитодиэлектриков	6
1.1. Плоские волны в изоимпедансной среде с кусочно-постоянными проницаемостями	6
1.2. Среды с непрерывно меняющимися проницаемостями	16
1.3. Сферические волны в равнопроницаемых магнитодиэлектриках	25
1.4. Плоские и сферические волны с непараллельными фронтами	31
1.5. Квазисогласованные среды	39
1.6. О реализации изоимпедансных сред	41
Глава 2. Принципы использования полнопрозрачных сред	47
2.1. Погружение устройств в равнопроницаемые магнитодиэлектрики	47
2.2. Составные полнопрозрачные среды	50
2.3. Невидимые тела	54
2.4. Сочетание свойств полной прозрачности и поглощения	60
2.5. Усиление эффекта давления волны	62
Глава 3. Изоимпедансные цепные структуры	67
3.1. Моделирование волновых процессов с помощью цепных схем	67
3.2. Реализация изоимпедансных цепных структур	70
3.3. Цепные структуры с антенными входами	73
3.4. Изоимпедансные структуры для Е,Н-волн	76
Заключение	80
Литература	82

## ВВЕДЕНИЕ

Более пространным для данной книги было бы название «Равнопроницаемые магнитодиелектрики и импедансно самосогласованные проводниковые структуры». Основное достоинство этих непоглощающих сред и структур состоит в свойстве быть еще и неотражающими, т.е. полностью прозрачными, для электромагнитных волн. Некоторые из приводимых результатов были получены ранее [1-5].

Равнопроницаемая среда в силу равенства относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\epsilon_r(x,y,z)=\mu_r(x,y,z)=\alpha(x,y,z)$  обеспечивает одинаковость действия на электрическую и магнитную составляющие электромагнитной волны при любых зависимостях  $\alpha(x,y,z)$ .

В полнопрозрачной структуре металловоздушного исполнения соблюдается баланс участия продольных токов проводимости (в эквивалентной индуктивности) и поперечных токов смещения (в эквивалентной емкости).

Рассматриваемые расчетные модели не учитывают тепловые потери энергии. Для практики это означает, что реализация полнопрозрачных сред и структур должна выполняться с использованием совершенных диэлектриков, магнетиков и хорошо проводящих металлов. Заметим, что в литературе [6,7] среда считается прозрачной в диапазоне частот, если равны нулю мнимые части ее комплексных проницаемостей.

В неограниченном вакууме могут существовать лишь волны, переносящие энергию вдоль параллельных или расходящихся прямых. Наличие вещества в виде диэлектрических, магнитных, проводящих тел влияет на волновой процесс, создавая эффекты отражения, рассеяния, дифракции, рефракции, замедления скорости. По классическим воззрениям волновое движение есть процесс передачи возбуждения в системе (цепочке) осцилляторов - моделей малых объемов среды. В данной работе главенствует принцип: нужно уже на уровне передачи возбуждения от точки к точке обеспечить отсутствие отражения назад. При этом явление рефракции как движение энергии по искривленным путям протекает в чистом виде - при отсутствии отраженных (рассеянных) полей.

Основным условием существования чисто рефракционных процессов является требование к среде о равноправном участии двух «сил» возбуждения - электрической и магнитной. Иными словами, это есть требование равнопроницаемости среды либо условие однородности возбуждения в виде неизменности импеданса как отношения напряженностей электрического и магнитного полей. Последнее условие на поверхности разрыва проницаемостей (границе раздела сред) переходит в требование согласования сферической (плоской) формы фронта падающей волны со сферической (плоской) границей.

Особый интерес к полнопрозрачным средам и структурам оправдан совокупностью уникальных свойств преобразователей волн с их использованием. Достаточно отметить такие возможности неразрушающего действия полнопрозрачных сред на структуру волны: чисто рефракционный эффект поворота волны на любой угол, замедление волны при отсутствии отражения, закольцовывание движения энергии, огибание произвольных препятствий без рассеяния и отражения.

Напомним, что разработчики реальных систем передачи электроэнергии, передачи информации давно осознали полезность и, в большинстве случаев, оптимальность однонаправленного волнового процесса, когда отсутствует отраженная волна. В данной работе эта идеология получает дальнейшее развитие. На основе представленных результатов возможен активный обмен принципами исполнения устройств различных частотных диапазонов. Методы построения систем (цепей) с распределенными пара-

метрами можно использовать в диапазонах ВЧ, СЧ и даже НЧ. С другой стороны, теория цепей с сосредоточенными элементами применяется собственно для обоснования реализации изоимпедансных структур на высоких частотах (см. гл.3).

Приведенные в гл.2 принципы использования полнопрозрачных сред будут полезны разработчикам конкретных устройств радиотехники, электроники, электротехники, акустики: малогабаритных или невыступающих антенн, миниатюрных ВЧ устройств (фильтров, диплексеров), просветляющих покрытий, устройств защиты от пучковых излучений, новых малогабаритных фокусирующих линз, рефракторов-«невидимок», устройств защиты строительных конструкций в виде рефракторов сейсмических волн, новых замедляющих структур электроники, устройств электромагнитного удержания горячей плазмы и т.д.

# ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА РАВНОПРОНИЦАЕМЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКОВ

## 1.1. Плоские волны в изоимпедансной среде с кусочно-постоянными проницаемостями

1.1.1. Хорошим введением в круг рассматриваемых вопросов является анализ известных формул Френеля-Снеллиуса о падении плоской волны на плоскую границу раздела двух сред (рис.1.1). Теперь все пространство являет собой изоимпедансный магнитодиэлектрик (МД) с импедансом

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 377 \text{ Ом}$$

как для верхнего полупространства, где  $\epsilon_{1r} = \mu_{1r} = \alpha_1$ , так и для нижнего, где  $\epsilon_{2r} = \mu_{2r} = \alpha_2$ . Кусочно-постоянный вид характеристики проницаемостей  $\epsilon_r = \mu_r = \alpha(z)$  также представлен на рис.1.1.

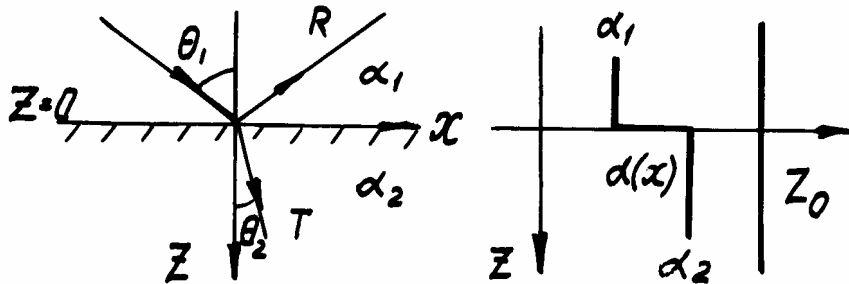


Рис.1.1. Падение плоской волны на границу скачка проницаемостей

Формулы Френеля для параллельной и перпендикулярной поляризаций [8] превращаются в одну зависимость для коэффициента отражения:

$$R_{||} = R_{\perp} = R = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) / (\cos \theta_1 + \cos \theta_2), \quad (1.1)$$

где  $\theta_1$  есть угол падения, а  $\theta_2$  - угол прохождения. Закон Снеллиуса определяет связь между этими углами как

$$\sin \theta_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin \theta_1 = \alpha_{12} \sin \theta_1. \quad (1.2)$$

С использованием (1.1), (1.2) имеем для коэффициентов отражения  $R$  и прохождения  $T$ :

$$1 + R = T = \frac{2 \cos \theta_1}{\cos \theta_1 + \sqrt{1 - \alpha_{12}^2 \sin^2 \theta_1}}. \quad (1.3)$$

Из (1.3) следует, что для нормально падающей волны ( $\theta_1 = 0$ ) наблюдается полное прохождение ( $R=0, T=1$ ) через границу  $z=0$  разрыва функции проницаемостей  $\alpha(z)$  вне зависимости от величин  $\alpha_1, \alpha_2$ . Наглядное пояснение этого замечательного свойства изоимпедансного МД дает рис.1.2. Если бы нижнее полупространство было занято немагнитным диэлектриком ( $\mu_r=1, \epsilon_r>1$ ), то взаимное расположение векторов поля в падающей, отраженной и прошедшей волнах соответствовало бы рис.1.2,а. Для второго случая с ферромагнетиком ( $\epsilon_r=1, \mu_r>1$ ) имеем ситуацию по рис.1.2,б. Очевидно, что со-

вмещение двух электрофизических свойств сред в одном равнопроницаемом МД сопровождается полной компенсацией отраженных волн ( $\vec{E}_a^R = -\vec{E}_b^R, \vec{H}_a^R = -\vec{H}_b^R$ ).

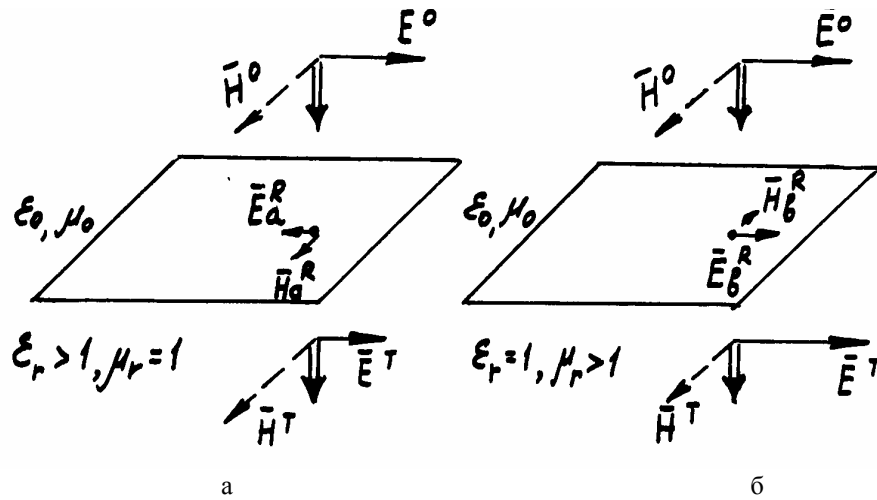


Рис.1.2. Отражение от а) немагнитного диэлектрика, б) магнетика без диэлектрических свойств

Дальнейшее исследование зависимостей (1.3) целесообразно провести отдельно для двух вариантов соотношения чисел  $\alpha_1/\alpha_2 = n_1/n_2$ , где  $n$  есть так называемый показатель преломления. В первом случае волна выходит из воздуха ( $\alpha_1=1$ ) в МД с большим показателем преломления ( $\alpha_2>1$ ), когда в (1.3) берем  $\alpha_{12}<1$ . Второй случай соответствует выходу волны из МД с большим показателем преломления в воздух, когда в (1.3) надо учитывать  $\alpha_{12}>1$ .

В первом случае согласно (1.2) угол прохождения  $\theta_2(\theta_1, \alpha)$  является действительным при всех углах падения  $\theta_1$  (рис.1.3,а), как и функции  $R(\theta_1)$  (рис.1.3,б),  $T(\theta_1)$ . Интересно отметить, что при  $\alpha_2=\alpha \geq 10$  все кривые  $R(\theta_1)$  сливаются в одну, описываемую формулой:

$$R = -\text{tg}^2(\theta_1/2), \quad (1.4)$$

т.е. коэффициент отражения не зависит от дальнейшего повышения  $\alpha$ . Ввиду равнопроницаемости МД коэффициент отражения близок к нулю при всех величинах  $\alpha>1$  даже при наклонном падении волны, если только угол падения не превышает  $30^\circ$ .

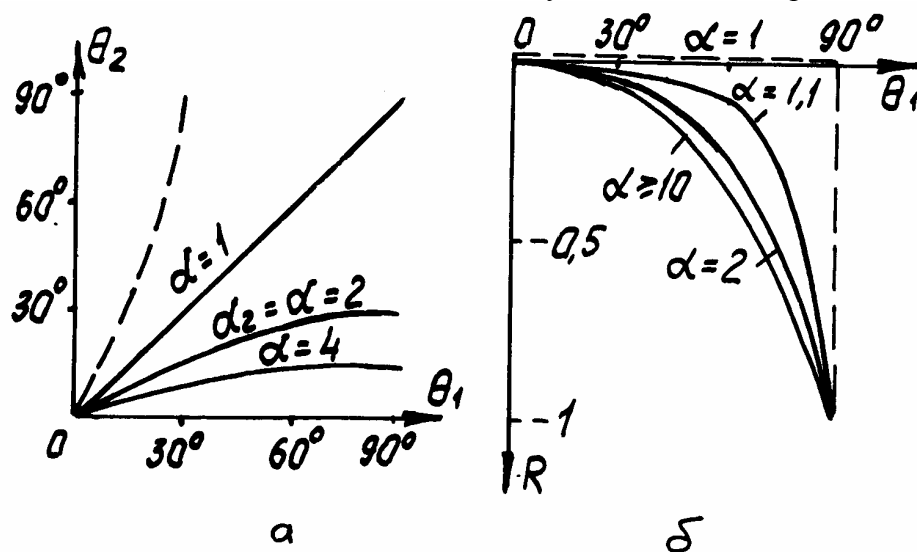


Рис.1.3. Зависимости угла прохождения (а) и коэффициента отражения (б) от угла падения

Во втором случае, когда волна выходит из «плотного» МД в воздух ( $\alpha_1 = \alpha > 1$ ) действительные значения для  $\theta_2$ ,  $R$  наблюдаются, если только угол падения  $\theta_1$  не превышает своего критического значения

$$\theta_{1\text{кр}} = \arcsin(1/\alpha). \quad (1.5)$$

При этом угол прохождения будет всегда больше угла падения, что показывает, например, изображенная на рис.1.3,а штриховой линией зависимость  $\theta_2 = \theta_2(\theta_1)$  при  $\alpha_1 = \alpha = 2$ .

Если же  $\theta_1 > \theta_{1\text{кр}}$ , то имеет место явление полного внутреннего отражения, когда

$$R = \exp(-j2 \arctg \sqrt{\alpha^2 \sin^2 \theta_1 - 1}). \quad (1.6)$$

Зависимости (1.5), (1.6) представлены соответственно на рис.1.4,а и рис.1.4,б.

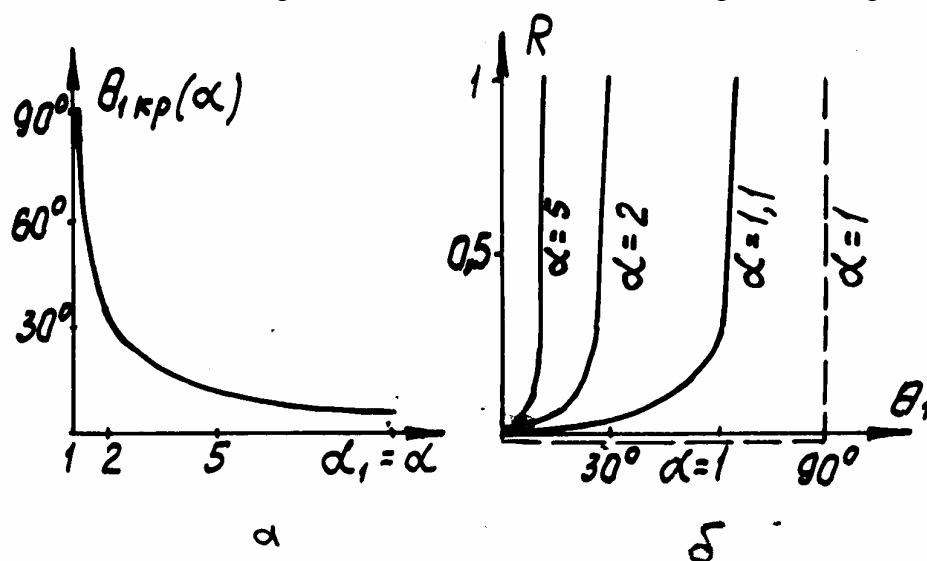


Рис.1.4. Критический угол падения (а) и коэффициент отражения (б) при выходе волны из МД с большим показателем преломления

1.1.2. Уместно теперь сравнить полученные для изоимпедансного МД результаты с аналогичными данными для волновых процессов на границе двух немагнитных диэлектриков ( $\mu_{1r} = \mu_{2r} = 1$ ). Рассматривая только перпендикулярную поляризацию падающей волны, имеем [8]:

$$R_{\perp} = (\cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_{2r} - \sin^2 \theta_1}) / (\cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_{2r} - \sin^2 \theta_1}), \quad (1.7)$$

если волна проходит из воздуха в диэлектрик ( $\epsilon_{1r} = 1$ ,  $\epsilon_{2r} > 1$ ), либо

$$R_{\perp} = (\sqrt{\epsilon_{1r}} \cos \theta_1 - \sqrt{1 - \epsilon_{1r} \sin^2 \theta_1}) / (\sqrt{\epsilon_{1r}} \cos \theta_1 + \sqrt{1 - \epsilon_{1r} \sin^2 \theta_1}), \quad (1.8)$$

если  $\epsilon_{1r} > 1$ ,  $\epsilon_{2r} = 1$ . По формуле (1.7) построены кривые на рис.1.5,а, а по (1.8) - на рис.1.5,б.



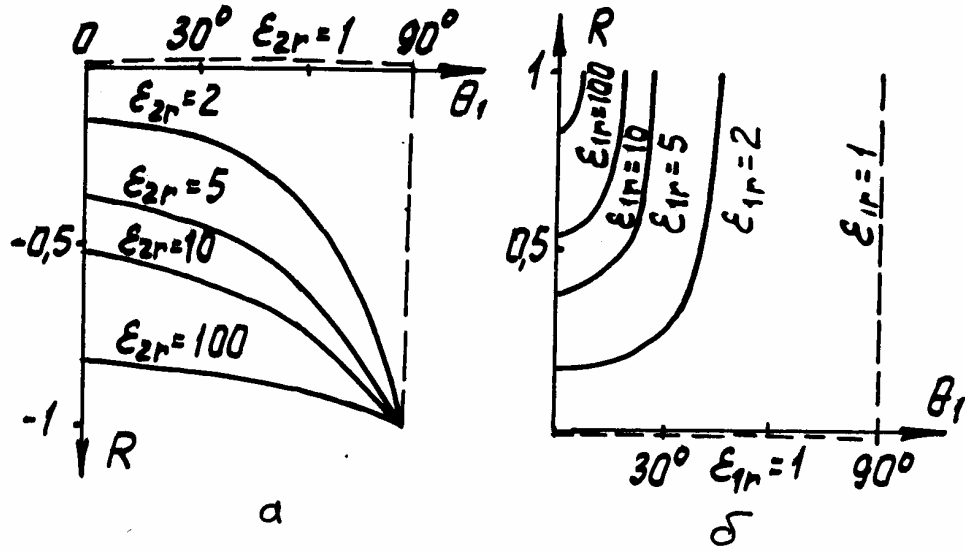


Рис.1.5. Коэффициенты отражения от границ воздух-диэлектрик (а) и диэлектрик-воздух (б)

1.1.3. Продолжим исследование прохождения волны через равнопроницаемый МД слой, вводя две плоскости разрыва проницаемостей ( $z=0, z=d$  на рис.1.6). С учетом обозначений по рис.1.6 имеем [9] для коэффициента отражения:

$$R = \frac{(C_2 + C_3)(C_1 - C_2)e^{-jk_0 d \alpha_2 C_2} + (C_2 - C_3)(C_1 + C_2)e^{jk_0 d \alpha_2 C_2}}{(C_2 + C_3)(C_1 + C_2)e^{-jk_0 d \alpha_2 C_2} + (C_2 - C_3)(C_1 - C_2)e^{jk_0 d \alpha_2 C_2}}, \quad (1.9)$$

где  $C_v = \cos \theta_v$ ,  $v=1,2,3$ , причем по Снеллиусу

$$\alpha_1 \sin \theta_1 = \alpha_2 \sin \theta_2 = \alpha_3 \sin \theta_3. \quad (1.10)$$

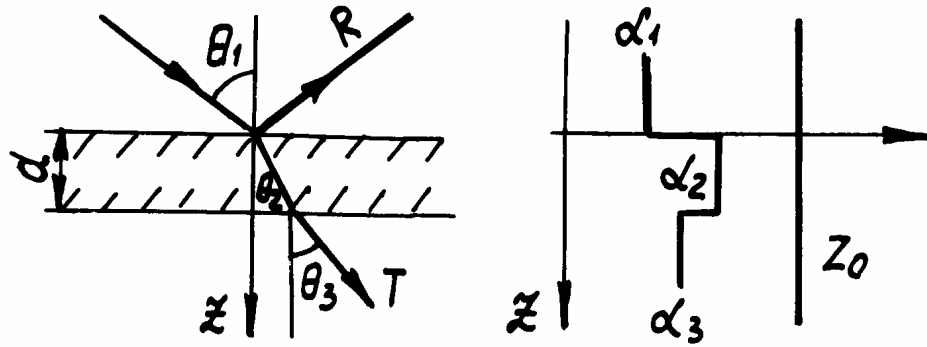


Рис.1.6. Прохождение волны через слой равнопроницаемого МД

Амплитуда прошедшей в нижнее полупространство волны определяется с помощью коэффициента прохождения

$$T = \frac{4C_2 C_3}{(C_2 - C_3)(C_1 - C_2)e^{jk_0 d \alpha_2 C_2} + (C_2 + C_3)(C_1 + C_2)e^{-jk_0 d \alpha_2 C_2}}. \quad (1.11)$$

Формулы (1.9)-(1.11) справедливы при произвольной поляризации волны. Зависимости  $R(\theta_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ,  $T(\theta_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  получаются по (1.9), (1.11), если в них согласно (1.10) использовать выражения

$$C_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1}, C_3 = \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^2 \sin^2 \theta_1}. \quad (1.12)$$

Для нормально падающей волны ( $\theta_1=0$ ) имеем по (1.10) углы  $\theta_2=\theta_3=0$  и в соответствии с (1.12) числа  $C_1=C_3=C_2=1$ . Поэтому наблюдается прохождение волны без отражения при любых  $\alpha_i$  и любой толщине слоя  $d$ .

Анализ зависимостей (1.9), (1.11) особенно прост, если сверху и снизу от слоя находится воздух. Тогда подстановка равенств  $\alpha_1=\alpha_3=1$ ,  $\alpha_2=\alpha$ ,  $C_3=C_1$  приводит к соотношениям:

$$R = \frac{C_1^2 - C_2^2}{C_1^2 + C_2^2 + 2jC_1C_2 \operatorname{ctg}(k_2C_2d)}, \quad (1.13)$$

$$\frac{1}{T} = \cos(k_2C_2d) - j \frac{C_1^2 + C_2^2}{2C_1C_2} \sin(k_2C_2d), \quad (1.14)$$

где  $k_2 = k_0\alpha$ ,  $C_1 = \cos\theta_1$ ,  $C_2 = \sqrt{1 - \alpha^{-2} \sin^2 \theta_1}$ . Среди возможных случаев зависимостей (1.13), (1.14) ограничимся рассмотрением варианта «плотного» МД слоя ( $\alpha > 5$ ,  $C_2=1$ ) при его четвертьволновой толщине ( $d=\lambda/4=\lambda_0/4\alpha$ , где  $\lambda$ - длина волны в МД). Равенства (1.13), (1.14) упростятся:

$$R = \frac{\cos^2 \theta_1 - 1}{\cos^2 \theta_1 + 1}, \quad |T| = \frac{2 \cos \theta_1}{1 + \cos^2 \theta_1}. \quad (1.15)$$

По формулам (1.15) построены кривые, изображенные на рис.1.7. Естественно, наблюдается близость кривых для коэффициентов отражения от полупространства (рис.1.3,б) и от слоя толщиной  $d=\lambda_0/4\alpha$ . На рис.1.7 дополнительно приведена кривая D, которая показывает существенное увеличение отражения от слоя, если он выполнен не из равнопроницаемого МД, а из диэлектрика с  $\epsilon_r=10$ ,  $\mu_r=1$ .

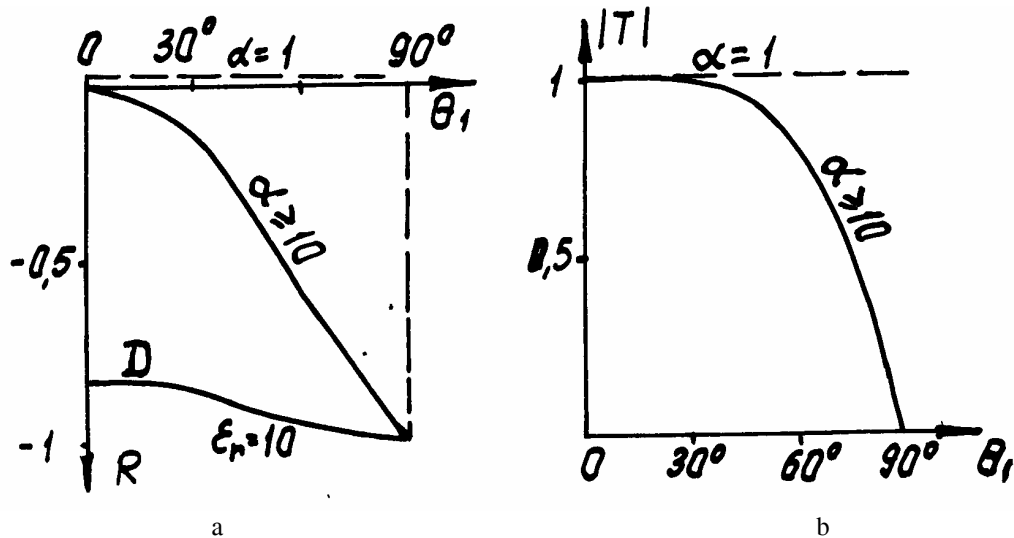


Рис.1.7. Коэффициенты отражения (а) и прохождения (б) через четвертьволновый слой МД

Отметим поведение полуволнового слоя равнопроницаемого МД, если  $\alpha > 5$ . Как следует из (1.13), (1.14), такой слой является полностью прозрачным для всех углов падения.

Представляет интерес ситуация, когда МД и воздух поменялись местами, т.е. сверху и снизу от слоя воздуха находится равнопроницаемый МД ( $\alpha_1=\alpha_3=\alpha>1$ ,  $\alpha_2=1$ ). Вместо эффекта полного внутреннего отражения от полупространства ( $|R|=1$  при  $\theta_1 \geq \theta_{\text{кр}}$  на рис.1.4,б) теперь наблюдается эффект просачивания волны через слой ( $|R|<1$  при  $\theta_1 \geq \theta_{\text{кр}}$ ). Формула (1.13) остается в силе, если в нее подставить:

$$k_2 = k_0, C_1 = \cos \theta_1, C_2 = \sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2 \theta_1}.$$

Рассматривая коэффициент отражения для критического угла падения (1.5), имеем при  $C_2 \rightarrow 0$ :

$$|R| = 1 / \sqrt{1 + 4 / k_0^2 d^2 (1 - \alpha^{-2})}. \quad (1.16)$$

Зависимость (1.16) от толщины слоя  $d$  представлена на рис.1.8 для нескольких значений параметра  $\alpha$ , если  $\sin \theta_1 = 1/\alpha$ .

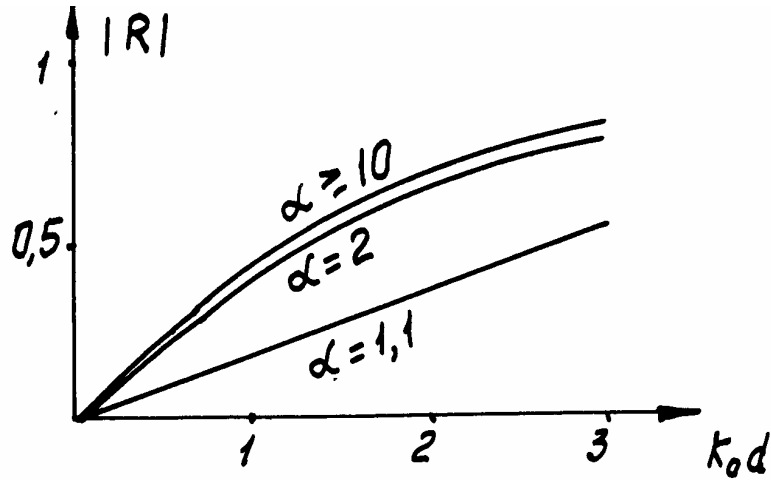


Рис.1.8. Эффект просачивания через воздушный слой между двумя МД

Для эффекта просачивания в воздушный слой из диэлектрика плоской перпендикулярно поляризованной волны при  $\sin \theta_1 = 1/\sqrt{\epsilon_{\text{lr}}}$  имеем [9] формулу, подобную (1.16):

$$|R| = 1 / \sqrt{1 + 4 / k_0^2 d^2 (1 - \epsilon_{\text{lr}})}. \quad (1.17)$$

Сравнение (1.17) с (1.16) убеждает в справедливости кривых рис.1.8 и для просачивания из диэлектрика в воздушный слой, если взять  $\sqrt{\epsilon_{\text{lr}}} = \alpha$ . По рис.1.8 можно сделать вывод, что при заданной относительной толщине слоя  $k_0 d$  минимальное просачивание (максимум для  $|R|$ ) наблюдается, когда у МД параметр  $\alpha \geq 10$  либо проницаемость диэлектрика  $\epsilon_{\text{lr}} \geq 100$ .

1.1.4. По известной методике [9] можно исследовать и прохождение волны через многослойную МД среду. Пусть на стопу пластинок с проницаемостями  $\alpha_n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ) и толщинами  $d_n$  падает плоская волна под углом  $\theta_{N+1}=\theta_0$ , когда сверху и снизу стопы расположен воздух ( $\alpha_{N+1}=\alpha_0=1$ ). Известные рекуррентные соотношения [9-11] для относительных импедансов ( $z=Z/Z_0$ ) теперь имеют вид:

$$z_{\text{вх}}^{(n)} = z_{\text{вх}}^{(n-1)} \zeta_n,$$

где

$$\zeta_n = (1 - jt_n / C_n z_{BX}^{(n-1)}) / (1 - jt_n C_n z_{BX}^{(n-1)}),$$

$$C_n = \sqrt{1 - \alpha_n^{-2} \sin^2 \theta_0}, t_n = \text{tg}(k_0 \alpha_n d_n).$$

Последовательное использование этих формул приведет к выражению для входного волнового сопротивления всей стопы:

$$z_{BX}^{(N)} = \Phi z_{BX}^{(0)} = \Phi / \cos \theta_0,$$

где

$$\Phi = \prod_{n=1}^N \zeta_n, \zeta_n = (1 - jt_n / C_n \prod_{v=1}^{n-1} \zeta_v) / (1 - jt_n C_n \prod_{v=1}^{n-1} \zeta_v).$$

Коэффициент отражения от стопы пластинок в воздух есть

$$R = (\Phi - 1) / (\Phi + 1). \quad (1.18)$$

Для электрически тонких слоев, когда

$$1 \gg t_n = k_0 \alpha_n d_n = 2\pi \alpha_n d_n / \lambda_0,$$

функция  $\Phi$  выражается как

$$\Phi = \exp[j \sum_{n=1}^N \arctg(t_n (C_n / \cos \theta_0 - \cos \theta_0 / C_n))] = e^{j\varphi},$$

поэтому для модуля коэффициента отражения имеем  $|R| = \text{tg}(\varphi/2)$ .

1.1.5. Важной является задача о падении на границу МД волнового пучка, который представляется [9] интегралом от плоских волн

$$E^0(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v) e^{-jvx - jz\sqrt{k_0^2 - v^2}} dv. \quad (1.19)$$

Формирование пучка из поля плоской волны происходит за счет пропускания энергии через плоский экран со щелью шириной  $2a$ , расположенный при  $z=0$  (рис.1.9). В этой плоскости с использованием (1.19) имеем начальное распределение напряженности по сечению пучка:

$$E^0(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v) e^{-jvx} dv = I(x),$$

где спектрально-угловая плотность  $F(v)$  может быть найдена с помощью интеграла Фурье

$$2\pi F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E^0(x, 0) e^{jvx} dx. \quad (1.20)$$

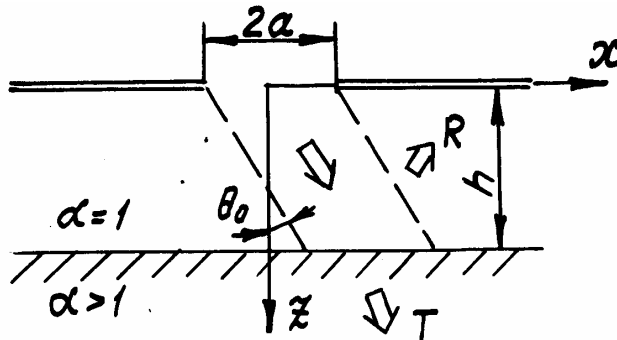


Рис.1.9. Падение волнового пучка на границу воздух -равнопроницаемый МД

Вместо идеализированной модели пучка с П-образным распределением энергии в плоскости сечения [9] вводим более реалистическую математическую модель:

$$I(x) = A(x)e^{-jv_0x} = A(x)e^{-jxk_0 \sin \theta_0}, \quad (1.21)$$

где амплитуда описывается аналитической функцией

$$A(x) = \pi \text{sh}(\pi/\sigma) / a [\text{ch}(\pi/\sigma) + \text{ch}(\pi x/a\sigma)]. \quad (1.22)$$

На рис.1.10,а приведены кривые распределения амплитуд, позволяющие учесть эффект поперечного расплывания пучка путем выбора в (2.22) соответствующей величины параметра  $\sigma$ . Подстановка (1.21), (1.22) в (1.20) дает спектрально-угловую плотность

$$F(v) = \sigma \sin \xi / \text{sh}(\xi \sigma), \quad (1.23)$$

где  $\xi = a(v - v_0)$ . По формуле (1.23) на рис.1.10,б построены кривые, которые показывают, что при  $\sigma \geq 1$  функция (1.23) отлична от нуля лишь при  $-\pi < \xi < \pi$ , т.е. на интервале

$$v_1 = -\pi/a + v_0 < v < \pi/a + v_0 = v_2. \quad (1.24)$$

С учетом (1.24) интеграл (1.19) приобретает вид:

$$E^0 = \int_{v_1}^{v_2} F(v) e^{-jvx - jz\sqrt{k_0^2 - v^2}} dv. \quad (1.25)$$

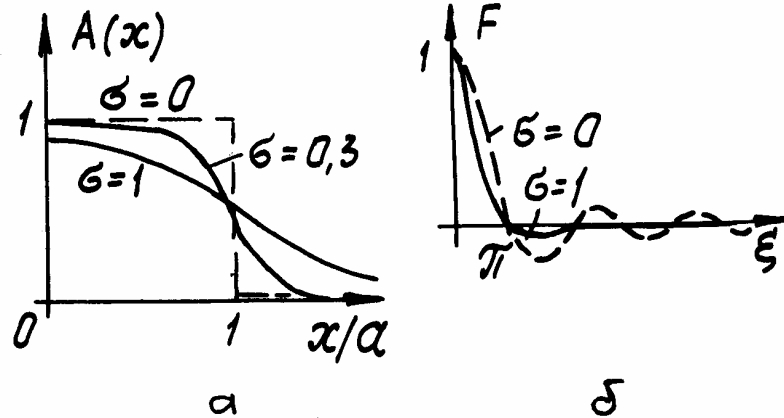


Рис.1.10. Кривые распределения амплитуд по сечению пучка (а) и его спектрально-угловая плотность (б)

Кроме падающего пучка, описываемого формулой (1.25), из-за скачка проницаемости (рис.1.9) формируются отраженный и прошедший пучки с напряжениями

$$E^R = \int_{v_1}^{v_2} F(v) R(v) e^{-jvx + jz\sqrt{k_0^2 - v^2}} dv, \quad (1.26)$$

$$E^T = \int_{v_1}^{v_2} F(v) T(v) e^{-jvx - jz\sqrt{\alpha^2 k_0^2 - v^2}} dv. \quad (1.27)$$

Подстановка (1.25)-(1.27) в граничные условия при  $z=h$  дает зависимости:

$$R(v) = \frac{\sqrt{k_0^2 - v^2} - \sqrt{k_0^2 - \alpha^{-2}v^2}}{\sqrt{k_0^2 - v^2} + \sqrt{k_0^2 - \alpha^{-2}v^2}} e^{-2jh\sqrt{k_0^2 - v^2}}, \quad (1.28)$$

$$T(v) = \frac{2\sqrt{k_0^2 - v^2}}{\sqrt{k_0^2 - v^2} + \sqrt{k_0^2 - \alpha^{-2}v^2}} e^{jh(\sqrt{\alpha^2 k_0^2 - v^2} - \sqrt{k_0^2 - v^2})}. \quad (1.29)$$

Понятие пучка определяется обычно условием, что его поперечный размер а гораздо больше длины волны. Если также ограничиться рассмотрением небольших углов падения  $\theta_0$ , то из неравенства (1.24) следуют соотношения:

$$0 < |v| / k_0 < |\sin \theta_0 - \lambda_0 / 2a| \ll 1,$$

$$0 < |v| / \alpha k_0 < |\sin \theta_0 - \lambda_0 / 2a| / \alpha \ll 1,$$

учет которых в (1.28), (1.29) позволяет полагать коэффициенты отражения и прохождения константами:

$$R(v_0) = \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{1 - \alpha^{-2} \sin^2 \theta_0}}{\cos \theta_0 + \sqrt{1 - \alpha^{-2} \sin^2 \theta_0}} e^{-2jh k_0 \cos \theta_0}, \quad (1.30)$$

$$T(v_0) = \frac{2 \cos \theta_0}{\cos \theta_0 + \sqrt{1 - \alpha^{-2} \sin^2 \theta_0}} e^{jh k_0 (\sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0} - \cos \theta_0)}. \quad (1.31)$$

В фазовых множителях интегралов (1.26), (1.27) можно использовать приближение

$$\sqrt{k_0^2 - v^2} \approx k_0 - v^2 / 2k_0. \quad (1.32)$$

С учетом (1.32) можно переписать (1.25)-(1.27) в виде

$$E^0 = e^{-jk_0 z} \int_{v_1}^{v_2} F(v) e^{jv^2 z / 2k_0} e^{-jvx} dv, \quad (1.33)$$

$$E^R = R(v_0) e^{jk_0 z} \int_{v_1}^{v_2} F(v) e^{-jv^2 z / 2k_0} e^{-jvx} dv, \quad (1.34)$$

$$E^T = T(v_0) e^{-jk_0 \alpha z} \int_{v_1}^{v_2} F(v) e^{jv^2 z / 2k_0 \alpha} e^{-jvx} dv \quad (1.35)$$

По сравнению с интегралом  $I(x)$  в интеграле формулы (1.33) имеется дополнительно множитель  $\exp(jv^2 z / 2k_0)$ , из-за которого в воздухе наблюдается продольная расходимость пучка.

Интегралы в формулах (1.33), (1.35) при  $v_0=0$  отличаются тем, что вместо переменной  $z$  в МД действует переменная  $z/\alpha$ . Поэтому одна и та же функция определяет модули напряженностей падающего и прошедшего пучков, т.е.

$$|E^0| = f(x, z), |E^T| = f(x, z / \alpha).$$

Очевидно, что для указанных на рис.1.11 точек выполняются соотношения

$$\begin{aligned} |E^0(x, z_1)| &= |E^T(x, z_2 / \alpha)|, \quad \text{если} \quad z_2 = \alpha z_1, \\ |E^0(x, z_1)| &= |E^T(x, z_2 / \alpha)|, \quad \text{если} \quad z_2 = \alpha z_1. \end{aligned}$$

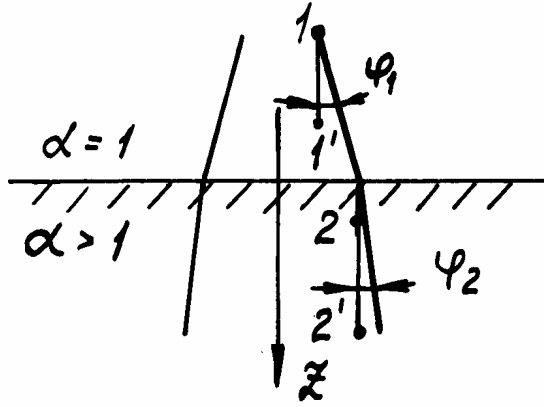


Рис.1.11. Изменение расходимости пучка при переходе через границу скачка проницаемостей

Одинаковые приращения амплитуд

$$f(x, z_1) - f(x, z_1') = f(x, z_2) - f(x, z_2')$$

будут наблюдаться соответственно для двух приращений координат  $z_1' - z_1 = \Delta_1$  и  $z_2' - z_2 = \Delta_2 = \alpha \Delta_1$ . Поскольку тангенс угла расходимости пучка с точностью до константы можно определить как  $\text{tg} \phi_1 = c(f_1 - f_1') / \Delta_1$ , то из приведенных соотношений имеем  $\text{tg} \phi_2 = \alpha^{-1} \text{tg} \phi_1$ . Таким образом, для волнового пучка наблюдается уменьшение в  $\alpha$  раз его продольной расходимости при переходе пучка из воздуха в равнопроницаемый МД.

Удобное для вычислений решение задачи получим с использованием метода парных производных [3]. По формулам (1.21), (1.22) известен интеграл  $I(x)$ , что позволяет по его производным найти интеграл в формуле (1.33) и получить для поля падающего пучка:

$$E^0(x, z) = e^{-jk_0 z} \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}(z) \frac{d^{2n} I(x)}{dx^{2n}}, \quad (1.36)$$

где использовано разложение

$$e^{jz\nu^2/2k_0} = \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}(-j\nu)^n, \quad b_{2n} = \frac{(jz)^n (2n-1)!!}{k_0^n (2n)!}. \quad (1.37)$$

Аналогичным образом имеем выражения для отраженного и прошедшего пучков:

$$E^R(x, z) = R(v_0) e^{jk_0 z} \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}^R(z) \frac{d^{2n} I(x)}{dx^{2n}}, \quad (1.38)$$

$$E^T(x, z) = T(v_0) e^{-jk_0 z} \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}^T(z) \frac{d^{2n} I(x)}{dx^{2n}}, \quad (1.39)$$

где с учетом (1.37) обозначены:

$$b_{2n}^R = (-1)^n b_{2n}, \quad b_{2n}^T = b_{2n} / \alpha^n.$$

Входящие в (1.36), (1.38), (1.39) производные по  $x$  находятся по формуле

$$I_x^{(2n)} = 2\pi \text{sh}(\pi / \sigma) f_{2n}(x) / a,$$

где с введением обозначений

$$\gamma = -jk_0 \sin \theta_0, \quad \delta = \pi / \sigma a, \quad c = 2\text{ch}(\pi / \sigma)$$

для функций  $f_{2n}(x)$  имеем систему линейных уравнений:

$$\sum_{m=0}^{2n} f_{2n-m} C_{2n}^m [c^m + \delta^m e^{\delta x} + (-\delta)^m e^{-\delta x}] = \gamma^{2n} e^{\gamma x}. \quad (1.40)$$

Благодаря треугольному виду системы (1.40) ее решение трудностей не вызывает. Итак, по формулам (1.36)-(1.40) имеем полное решение задачи о воздействии волнового пучка на равнопроницаемый МД.

1.1.6. Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. При использовании равнопроницаемого МД с плоскими поверхностями скачков параметра  $\alpha$  все рассмотренные эффекты не зависят от поляризации падающей волны. В частности, отсюда следует одинаковость поляризационных свойств для падающей, отраженной и прошедшей волн.

2. Полная прозрачность многослойного равнопроницаемого МД наблюдается при нормальном падении волны вне зависимости от количества слоев постоянства параметра  $\alpha$  и величин констант  $\alpha_n$ . Для сравнения укажем, что известный эффект полного прохождения в диэлектрическое полупространство при падении под углом Брюстера зависит как от величины  $\epsilon_r$ , так и от поляризации падающей волны. Наличие произвола в выборе функции  $\alpha=\alpha(z)$  позволяет с помощью равнопроницаемого МД производить неотражающее замедление (ускорение) волны под желаемую характеристику скорости  $v(z)=c_0/\alpha(z)$ .

3. Вблизи нулевого угла падения имеется область углов ( $0 \leq \theta_1 < 30^\circ$ ), которая характеризуется почти полным прохождением волны из воздуха в МД с любым  $\alpha > 1$  (рис.1.3,б). При выходе волны из МД с  $\alpha > 1$  в воздух такая область гораздо меньше ( $0 \leq \theta_1 < \theta_{кр}$ ) и зависит от величины  $\alpha$  (рис.1.4,б). Итак, для указанных областей углов наблюдается эффект полнопрозрачного лучепреломления (по закону Снеллиуса (1.2)).

4. В отличие от непрерывного уменьшения прозрачности диэлектрика при повышении  $\epsilon_r$  (рис.1.5,а) прозрачность равнопроницаемого МД в соответствии с формулой (1.4) и рис.1.3,б почти не зависит от  $\alpha$ , если  $\alpha > 2$ .

5. Действие волнового пучка на равнопроницаемый МД сопровождается его полным прохождением при нормальном падении на плоскую границу скачка проницаемостей и слабым отражением при наклонном падении, если  $\theta_0 < 30^\circ$ . Важным фокусирующим эффектом является уменьшение продольной расходимости пучка в  $\alpha$  раз при его проходе из воздуха в МД с  $\alpha > 1$ . Полезен будет и обратный эффект увеличения в  $\alpha$  раз продольной расходимости пучка, нормально падающего из МД в воздух. Если взять вместо МД диэлектрик, то использовать на практике аналогичные эффекты не удастся из-за сильного отражения пучка от границы.

## 1.2. Среды с непрерывно меняющимися проницаемостями

1.2.1. В данном параграфе рассмотрим задачу падения плоской волны из однородного полупространства  $z < 0$  на границу  $z = 0$  неоднородного равнопроницаемого МД, характеризуемого непрерывно дифференцируемой функцией  $\alpha=\alpha(z)$ . Ради конкретности подразумеваем перпендикулярную поляризацию падающей волны и имеем для напряженности прошедшего в МД поля  $\vec{E} = E \vec{y}_0$  уравнение

$$E''_x + E''_z - \alpha^{-1} \alpha'_z E + k_0^2 \alpha^2(z) E = 0, \quad (1.41)$$

где зависимость  $E$  от  $x$  присутствует лишь при наклонном падении возбуждающей волны.



Падающая и отраженная волны (рис.1.1) имеют напряженности электрического поля

$$E^0 = e^{-jk_0(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)}, \quad (1.42)$$

$$E^R = R e^{-jk_0(x \sin \theta_0 - z \cos \theta_0)}. \quad (1.43)$$

Для прошедшего поля ищем решение уравнения (1.41) в виде

$$E^T = A(z) \exp[-jk_0(x \sin \theta_0 + \int_0^z \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0} dz)], \quad (1.44)$$

где для  $A(z)$  должно выполняться уравнение:

$$A_z'' - A_z'(2jk_0 \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0} + \alpha_z' / \alpha) - Aq(z) = 0, \quad (1.45)$$

где

$$q(z) = \alpha_z' jk_0 \sin^2 \theta_0 / \alpha \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0}.$$

Характеристика проницаемостей  $\alpha(z)$  по физическим соображениям должна удовлетворять условиям:  $1 \leq \alpha < \infty, |\alpha_z'| < \infty$ . Поскольку общей формулы-решения уравнения (1.45) пока нет, ограничимся нахождением приближения, пригодного при малых углах падения. А именно, не только для нормального падения, но и при малых  $\theta_0$  полагаем  $q=0$  в левой части равенства (1.45), что позволяет записать

$$A = C_1 + C_2 \int_0^z \alpha \exp(2jk_0 \int_0^z \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0} dz) dz. \quad (1.46)$$

Подстановка (1.46) в (1.44) дает представление поля в МД при произвольной функции  $\alpha(z)$ , но малых углах падения  $\theta_0 = \sin \theta_0 < 1$ . После наложения граничных условий получаем для входящих в (1.44), (1.46) констант:

$$1 + R = C_1 = T = 2 / [1 + \sqrt{\alpha^2(0) - \sin^2 \theta_0} / \alpha(0) \cos \theta_0], C_2 = 0, \quad (1.47)$$

где  $\alpha(0)$  - начальное значение проницаемостей МД. Формула (1.47) фактически повторяет выражение (1.3). Очевидно, что нормально падающая волна проходит в МД без отражения при любом виде  $\alpha(z)$ . При малых углах падения будет практически отсутствовать отражение, если  $\alpha(0) \gg \sin \theta_0$ . Полезно указанные простые выкладки сравнить с непреодолимыми трудностями решения задачи для неоднородного немагнитного диэлектрика [9-11] с произвольным профилем диэлектрической проницаемости  $\epsilon = \epsilon(z)$ .

Формулами (1.44), (1.46), (1.47) можно также пользоваться и при произвольном угле падения, но для МД со слабо меняющейся функцией проницаемостей, когда справедлив прием «укорочения» уравнения (1.45). При этом для процесса отражения вид функции  $\alpha(z)$  несущественен, а согласно (1.47) важно только число  $\alpha(0)$ , если  $\theta_0 \neq 0$ . Формула (1.44) для прошедшей волны дает учет зависимости  $\alpha(z)$ . Например, линейную зависимость  $\alpha = az + 1$  всегда можно сделать функцией медленного изменения в слое МД толщиной  $d$ . Если числа  $\alpha(0)=1$ ,  $\alpha(d)$  заданы, то  $a = [\alpha(d) - 1]/d$ . После несложных операций имеем для интеграла в формуле (1.44):

$$\begin{aligned} 2a \int_0^z \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0} dz &= (az + 1) \sqrt{z^2 a^2 + 2az + \cos^2 \theta_0} - \cos \theta_0 - \\ &- 2 \sin^2 \theta_0 \ln \frac{\sqrt{a^2 z^2 + 2az + \cos^2 \theta_0} + az + 1}{\cos \theta_0 + 1}. \end{aligned}$$

1.2.2. Рассмотрим использование слоя из равнопроницаемого неоднородного МД как согласующего перехода для наклонно падающей волны. Переход волны через поверхность скачка проницаемостей МД без отражения наблюдается при условии полной наложимости плоского фронта на плоскую границу или сферического фронта на сферическую границу. Отражение отсутствует благодаря естественному удовлетворению граничных условий: нормальные к границе составляющие векторов напряженностей равны нулю, а непрерывность касательных составляющих обеспечивается из-за совпадения величин импедансов по обе стороны от границы.

Следует напомнить, что граница двух диэлектриков уже не обладает таким свойством полной прозрачности даже при нормальном падении волны. Для компенсации отражения требуется либо плавный согласующий переход (например, слой Эпштейна) либо многослойное покрытие [9-11]. А при наклонном падении волны на границу двух диэлектриков требования к согласующему переходу еще усложняются. Слой же из равнопроницаемого МД имеет для функции  $\alpha(z)$  лишь одно требование: наклонно входящая в слой волна должна выходить из него по нормали.

На любом участке постоянства проницаемостей  $\alpha=\alpha_c$  имеем из (1.44), (1.46), (1.47):

$$E = C \exp(-jk_0 x \sin \theta_0 \mp jk_0 z \sqrt{\alpha_c^2 - \sin^2 \theta_0}) .$$

Если же этот участок дополнительно обладает большой величиной  $\alpha_c$ , т.е.  $\alpha_c \gg 1 > \sin \theta_0$ ,  $z\alpha_c \gg |x| \sin \theta_0$ , то наблюдаются две нормально проходящих волны:

$$E = C_1 e^{-jk_0 \alpha_c z} + C_2 e^{jk_0 \alpha_c z} .$$

Таким образом, МД, имеющий на входе  $\alpha(0)=1$ , а на выходе - участок постоянства проницаемостей  $\alpha=\alpha_c \gg 1$ , выполняет роль согласующего перехода для наклонно падающей волны.

1.2.3. Несколько иной путь построения решения уравнения (1.41) предложен ранее [13], когда в представлении для прошедшей волны

$$E^T = T \exp[-jk_0 (x \sin \theta_0 + \int_0^z \alpha \beta dz)] \quad (1.48)$$

используется вспомогательная функция  $\beta(z)$ , удовлетворяющая уравнению Риккати

$$\alpha^2 (1 - \beta^2) - jk_0^{-1} \alpha \beta'_z - \sin^2 \theta_0 = 0 . \quad (1.49)$$

Коэффициенты прохождения и отражения определяются по формулам

$$T = 2 / [1 + \beta(0, \theta_0) / \cos \theta_0], R = T - 1, \quad (1.50)$$

которые имеем после подстановки (1.43), (1.48) в граничные условия на границе  $z=0$ .

Если МД является средой без потерь ( $\text{Im} \alpha = 0$ ), то выполнение уравнения (1.49) при  $\sin^2 \theta_0 > 0$  возможно только при комплексном характере  $\beta = \beta_r + j\beta_i$ , поэтому из (1.49) имеем два уравнения:

$$\beta_i = -(\ln \beta_r)'_\zeta / 2\alpha, \quad (1.51)$$

$$\beta_r^2 = 1 + \beta_i^2 - \alpha^{-2} + \alpha^{-1} \beta_{i\zeta}', \quad (1.52)$$

где  $\zeta = k_0 z, s = \sin^2 \theta_0$ .

В силу независимости  $\alpha(z)$  от угла падения волны получаем

$$\beta'_{is} = -0,5\alpha^{-1}(\ln \beta_r)''_{\zeta s}, \quad (\beta_i^2)'_s = 0,25\alpha^{-2}[(\ln \beta_r)'_{\zeta s}]'_s,$$

поэтому из (1.52) следует равенство

$$(\beta_r^2)'_s = 0,25\alpha^{-2}[(\ln \beta_r)'_{\zeta s}]'_s - \alpha^{-2} - 0,5\alpha^{-1}[\alpha^{-1}(\ln \beta_r)''_{\zeta s}]'_s. \quad (1.53)$$

При нормальном падении волны отраженная волна отсутствует при любой функции  $\alpha(z)$ , откуда следуют дополнительные требования к  $\beta_r, \beta_i$  на границе при  $\theta_0 \rightarrow 0$ :

$$\lim \beta_r(0, \theta_0) = 1, \lim \beta_i(0, \theta_0) = 0. \quad (1.54)$$

Дифференциальное уравнение (1.53) определяет разрешенный класс функций  $\beta_r = \beta_r(\alpha, \alpha'_\zeta, s)$ , а после подстановки  $\beta_r$  в (1.51) и разрешенный класс функций  $\beta_i = \beta_i(\alpha, \alpha'_\zeta, s)$ . Учет этих зависимостей в (1.52) приводит к нелинейному дифференциальному уравнению для  $\alpha$ . Например, решением уравнения (1.53) будет функция  $\beta_r = \cos \theta_0 / \alpha(\zeta)$ , тогда по (1.51) имеем  $\beta_i = \alpha'_\zeta / 2\alpha^2$ , после чего (1.52) принимает вид обыкновенного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка  $\alpha\alpha''_\zeta - 1,5\alpha'^2_\zeta + 2\alpha^2(\alpha^2 - 1) = 0$ . Решением последнего является [14] функция

$$\alpha = 2 / [\cos 2(\zeta + \zeta_0) + \sqrt{5}], \quad (1.55)$$

где с помощью константы  $\zeta_0$  на границе  $\zeta = k_0 z = 0$  выбирается число  $\alpha_0 = 2 / (\cos 2\zeta_0 + \sqrt{5})$ . При получении (1.55) использовано также условие отсутствия потерь в среде вида  $\text{Im} \alpha = 0$ . Заметим, что согласно (1.55) рассматриваемый МД имеет периодическое изменение проницаемостей в пределах  $0,62 < \alpha(z) < 1,63$  (рис.1.12).

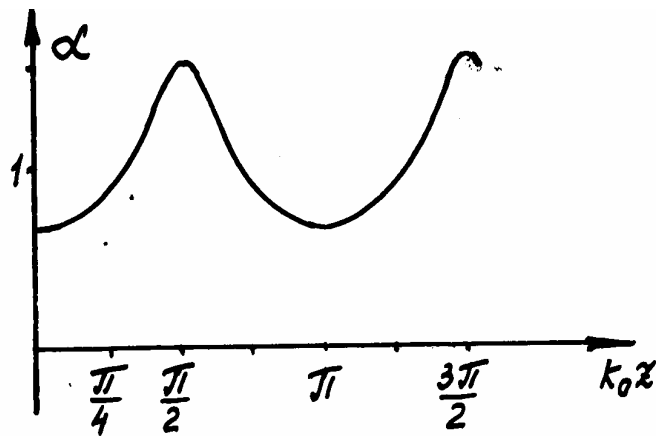


Рис.1.12. Вариант профиля проницаемостей как функций продольной координаты

Выбранная функция  $\beta_0 = \cos \theta_0 / \alpha + j\alpha'_\zeta / 2\alpha^2$  является частным решением уравнения Риккати (1.49), не удовлетворяющим требованиям (1.54). Однако для уравнения

Риккати известна процедура нахождения общего решения  $\beta$  по частному решению  $\beta_0$  и решению  $u$  линейного уравнения:

$$\beta = \beta_0 + 1/u = \frac{\cos\theta_0}{\alpha} \left[ 1 + \frac{2}{-1 + (1 + 2C/\alpha_0 \cos\theta_0)e^{-2j\zeta \cos\theta_0}} \right] + \frac{j\alpha'_\zeta}{2\alpha^2} \quad (1.56)$$

Выбор константы  $C$  производится так, чтобы удовлетворялись условия (1.54), откуда имеем:

$$C = 1/[1 - \beta_0(0,0)] = 1/[1 - 0,5(\sqrt{5} + \cos 2\zeta_0) - j0,5 \sin 2\zeta_0]. \quad (1.57)$$

Рассмотрение выражений (1.55) - (1.57) на границе ( $z = 0$ ) и их подстановка в (1.50) дает представление для коэффициента прохождения

$$\frac{1}{T(\theta_0)} = \cos^2 \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{\alpha_0} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} + \frac{j}{2\alpha_0} \left( \frac{1}{\cos\theta_0} - \cos\theta_0 \right) \sqrt{\alpha_0 \sqrt{5} - \alpha_0^2 - 1}, \quad (1.58)$$

где граничное значение  $\alpha_0 = \epsilon_r(0) = \mu_r(0)$  характеристики МД можно задать в пределах  $0,62 < \alpha_0 < 1,63$ . Если бы вместо неоднородного был однородный МД с  $\epsilon_r = \mu_r > 1$ , то зависимость коэффициента прохождения от угла падения была бы в соответствии с (1.3).

Особенно наглядно различие между поведением неоднородного МД и однородной среды в случае плавного перехода от вакуума к МД при  $\alpha_0 = 1$ . При этом однородный МД в силу  $\epsilon_r = \mu_r = 1$  не меняет условия прохождения волны, ибо согласно (1.3) имеем  $T^0(\theta_0) = 1$  при любом угле падения. Однако неоднородный МД пропускает и отражает наклонно падающую волну по (1.58) с учетом угла падения:

$$T(\theta_0) = 1/[1 + j0,24(-\cos\theta_0 + 1/\cos\theta_0)], \quad R = T - 1.$$

1.2.4. Ранее предполагалась независимость характеристики равнопроницаемого МД  $\alpha(z)$  от угла падения. Сейчас откажемся от этого допущения и рассмотрим особенности волнового процесса, когда среда специально подготовлена под некоторый угол падения  $\theta_0$ . Заметим, что такая постановка задачи навевает известным эффектом Брюстера, который существует при взаимной увязке величин угла падения и, например, диэлектрической проницаемости стекла.

Пусть в (1.44), (1.45) функция  $\alpha(z, \theta_0)$  выбрана как решение дифференциального уравнения

$$\alpha'_z = -2jk_0 \alpha \sqrt{\alpha^2 - \sin^2 \theta_0}. \quad (1.59)$$

Поскольку (1.59) является уравнением с разделяющимися переменными, то легко найти, что

$$\alpha(z, \theta_0) = \sin\theta_0 / \text{ch}[2k(z + z_0)\sin\theta_0], \quad (1.60)$$

где  $z_0$ -произвольная константа. Подстановка (1.59) в (1.45) упрощает его:

$$A''_z - 2k_0^2 \sin^2 \theta_0 A = 0,$$

что позволяет сразу записать решение

$$A = T \exp(-\sqrt{2}k_0 z \sin\theta_0). \quad (1.61)$$

С учетом (1.60),(1.61) имеем для прошедшей в МД волны:

$$E^T = \frac{T \exp(-\sqrt{2}k_0 z \sin \theta_0)}{\sqrt{\text{ch}(2k_0 z \sin \theta_0)}} e^{-jk_0 x \sin \theta_0}, \quad (1.62)$$

где из граничных уравнений

$$1 + R = T, \quad 1 - R = -j\sqrt{2}\text{tg}\theta_0 T / \alpha(0)$$

получаем для коэффициентов прохождения и отражения

$$T = 1 + R = 2 / [1 - j\sqrt{2}\text{ch}(2k_0 z_0 \sin \theta_0) / \cos \theta_0]. \quad (1.63)$$

Согласно (1.62) при падении волны под углом  $\theta_0$ , совпадающим по величине с  $\theta_0$ , входящим в характеристику равнопроницаемого МД, в последнем возникает неоднородная плоская волна, бегущая строго вдоль границы  $z=0$ . Амплитуда волны с ростом  $z$  уменьшается от комплексной величины  $T$ , определяемой по (1.63), до нуля. В соответствии с (1.63) наблюдается также полное отражение, ибо

$$R = \exp[j2\arct(\text{ch}(2k_0 z_0 \sin \theta_0) / \cos \theta_0)].$$

Среда с характеристикой (1.60) является нереализуемой в силу того, что  $\alpha(z, \theta_0) < 1$ . Поэтому данный пример имеет методическое значение.

1.2.5. Интересен процесс в виде волны, скользящей вдоль плоской границы между однородной средой ( $z < 0$ ) и неоднородным МД ( $z > 0$ ). В однородной среде это волна

$$E^0 = E_y = e^{-jk_0 x} = Z_0 H_z^0, \quad (1.64)$$

а в МД поле зависит от двух координат  $\zeta = k_0 z$  и  $x$ :

$$E(x, z) = E_m(z) e^{-jk_0 x} = \exp\left(-\int_0^{\zeta} \alpha \beta d\zeta\right) e^{-jk_0 x}, \quad (1.65)$$

где  $\alpha(z)$  - характеристика МД, которая определяется через некоторую вспомогательную функцию  $\beta(\zeta)$ :

$$\alpha(\zeta) = [\beta'_\zeta + \sqrt{\beta'^2_\zeta + 4(1 + \beta^2)}] / 2(1 + \beta^2). \quad (1.66)$$

Нетрудно проверить, что при любой функции  $\beta(\zeta)$  выражения (1.65), (1.66) обеспечивают выполнение уравнения (1.41). На границе  $z=0$  условия  $E^0 = E, (E^0)'_x = E'_x$  удовлетворяются согласно (1.64), (1.65) автоматически. Для выполнения условия  $0 = H^0_x = H_x(0)$  достаточно брать функцию  $\beta(\zeta)$ , проходящую через нуль. Тогда по (1.66) имеем характеристику проницаемостей  $\alpha = \alpha(z)$ , а по (1.64), (1.65) - волновой процесс в виде плоской волны с разным поведением при  $z < 0$  и  $z > 0$ . В однородной среде амплитуда постоянна, а в неоднородном МД ее распределение может быть весьма разнообразным. Подстановка (1.66) в (1.65) дает для амплитуды выражение

$$E_m(\zeta) = (1 + \beta^2)^{-1/4} \exp\left[-\int_0^{\zeta} \beta \sqrt{\beta'^2_\zeta + 4(1 + \beta^2)} d\zeta / 2(1 + \beta^2)\right]. \quad (1.67)$$

Наложение на функцию  $\alpha(z)$  условия физической реализуемости приводит согласно (1.66) к требованию  $\beta'_\zeta(1+\beta^2) \geq \beta^4$  при  $\beta(0)=0$ . Скоростью возрастания  $\beta(\zeta)$  при росте  $\zeta$  можно распорядиться так, чтобы после некоторого расстояния  $L$  можно было считать амплитуду (1.67) пренебрежимо малой:

$$E_m(L) > E_m(x) \approx 0 \text{ при } x > L. \quad (1.68)$$

Для составляющих вектора напряженности магнитного поля в МД имеем

$$H_z = E(x, z)/Z_0 \alpha(z), \quad H_x = j\beta(z)E(x, z)/Z_0. \quad (1.69)$$

В случае необходимости указанные результаты можно развить и для случаев, когда границей области постоянства амплитуды на фронте  $x=C$  является не прямая  $z=0$ , а любая криволинейная линия.

С использованием формул (1.64) - (1.69) представим поле частично однородной плоской волны в прямоугольной металлической трубе со стенками  $z=\pm L$  и  $y=0, a$ :

$$E(x, z) = E_m(z)e^{-jk_0x}, \quad (1.70)$$

где МД занимает области  $-L < z < -1$ ,  $1 < z < L$ , так что

$$E_m(\zeta) = (1+\beta^2)^{-1/4} \exp\left[-\int_{\mp k_0 L}^{\zeta} \beta \sqrt{\beta'^2_\zeta + 4(1+\beta^2)} d\zeta / 2(1+\beta^2)\right].$$

В средней части трубы при  $-1 < z < 1$  имеем воздух, поэтому амплитуда есть  $E_m=1$ . Для примера укажем одну конкретизацию формул (1.66) - (1.68):

$$\begin{aligned} \beta &= b\zeta, \quad \alpha = [b + \sqrt{b^2 + 4(1+b^2\zeta^2)}] / 2(1+b^2\zeta^2), \\ L_0 &= k_0 L = \sqrt{(0,5 + \sqrt{0,25 + b^{-1}}) / b}, \quad E_m = (1+b^2\zeta^2)^{-0,25} e^{-\psi}, \\ \psi &= \sqrt{0,25 + b^{-2} + \zeta^2} \Big|_0^\zeta + 0,25 \ln \frac{\sqrt{0,25 + b^{-2} + \zeta^2} - 0,5}{\sqrt{0,25 + b^{-2} + \zeta^2} + 0,5} \Big|_0^\zeta. \end{aligned}$$

При достаточно большом значении параметра  $b$  имеем для проницаемостей уменьшение от  $\alpha(0) \approx b$  до  $\alpha(L_0)=1$ , где  $L_0 \approx 1/\sqrt{b}$ . Амплитуда напряженности поля (1.65) при изменении  $\zeta$  от 0 до  $L_0$  падает от 1 до  $1/\sqrt{b}$  (рис.1.13). Свойства волны (1.70) в волноводе необычны: фазовая скорость не зависит от частоты, не вводится понятие критической длины волны, наблюдается одномодовый режим передачи.

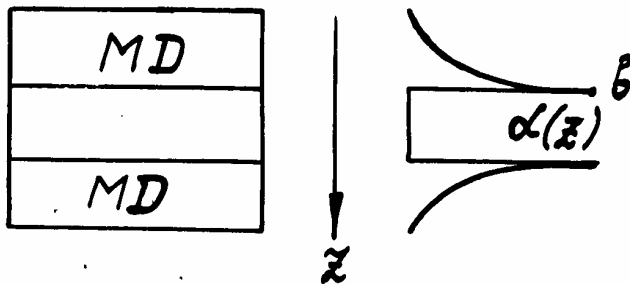


Рис.1.13. Заполнение металлической прямоугольной трубы двумя слоями МД и воздухом между ними

1.2.6. Теперь можно сформулировать общие принципы синтеза характеристики МД  $\alpha(z)$  на основе полученных формул. С ростом угла падения  $\theta_0$  от 0 до  $\pi/2$  увеличивается отражение и ослабевает прохождение волны в МД. По сравнению с однородным МД использование неоднородного МД позволяет получать желаемую характеристику прохождения  $T(\theta_0)$  за

счет синтеза соответствующей характеристики МД  $\alpha=\alpha(z)$ .

Для решения поставленной задачи синтеза необходимо по функции  $T(\theta_0) = \Phi(\theta_0) \exp[j\psi(\theta_0)]$  согласно (1.50) и (1.54) получить вначале выражения:

$$\begin{aligned}\beta_r(0, \theta_0) &= [-1 + 2\Phi^{-1}(\theta_0) \cos \psi(\theta_0)] \cos \theta_0, \\ \beta_i(0, \theta_0) &= -2\Phi^{-1}(\theta_0) \cos \theta_0 \sin \psi(\theta_0),\end{aligned}$$

выполняющие роль начальных условий для функций  $\beta_r(\alpha, s)$ ,  $\beta_i(\alpha, s)$ , определяемых как решения дифференциальных уравнений (1.53) и (1.51). Подстановка этих функций в (1.52) дает для нахождения характеристики  $\alpha=\alpha(z)$  необходимое уравнение, имеющее, например, решение (1.55). Волна в МД описывается по (1.48), (1.51):

$$\begin{aligned}E(x, z) &= E_m(z) e^{-j\varphi(x, z)}, \\ E_m(z, \theta_0) &= \Phi(\theta_0) \exp\left(\int_0^z \beta_i \alpha d\zeta\right) = \Phi(\theta_0) \sqrt{\beta_r(0, \theta_0) / \beta_r(\zeta, \theta_0)}, \\ \varphi(x, z, \theta_0) &= k_0 x \sin \theta_0 - \psi(\theta_0) + \int_0^z \beta_r \alpha d\zeta.\end{aligned}$$

1.2.7. Уместно рассмотреть еще задачу о нормальном падении волнового пучка на МД с границей  $z = 0$ . Теперь вместо (1.42) для падающей волны справедливо

$$E^0(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v) e^{j(vx - z\sqrt{k_0^2 - v^2})} dv, \quad (1.71)$$

где с помощью спектральной плотности  $F(v)$  задается поведение амплитуды поля относительно  $x$ . На границе  $z = 0$  для интеграла Фурье

$$E^0(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v) e^{jvx} dv$$

есть формула обращения

$$F(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E^0(x, 0) e^{-jvx} dx. \quad (1.72)$$

Например, для волнового пучка с амплитудой

$$E^0(x, 0) = \begin{cases} 1, & -a < x < a, \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

спектральная плотность по (1.72) равна  $F(v) = \sin va / v\pi$ . Для отраженной волны

$$E^R(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(v) e^{j(vx + z\sqrt{k_0^2 - v^2})} dv, \quad (1.73)$$

а для поля в МД

$$E^T = \int_{-\infty}^{\infty} T(v) \exp\left[j\left(vx - \sqrt{k_0^2 - v^2} \int_0^z \alpha(z) \beta(z, v) dz\right)\right] dv, \quad (1.74)$$

где для функции  $\beta(z)$  должно выполняться дифференциальное уравнение Риккати

$$\beta'_z = jk_0 \alpha \sqrt{1 - v^2 k_0^{-2}} \beta^2 + j(v^2 - k_0^2 \alpha^2) / \alpha k_0 \sqrt{1 - v^2 k_0^{-2}}. \quad (1.75)$$

Подстановка (1.71), (1.73), (1.74) в граничные условия дает аналоги равенств (1.50):

$$T(v) = 2F(v) / [1 + \beta(0, v)], R(v) = T(v) - F(v), \quad (1.76)$$

Аналогами формул (1.51), (1.52) являются уравнения

$$\beta_i = -\beta'_{r\zeta} / 2\beta_r \alpha \sigma, \sigma(v) = \sqrt{1 - v^2 k_0^{-2}}, \quad (1.77)$$

$$\beta_r^2 = \beta_i^2 + \alpha \beta'_{i\zeta} \sigma^{-1} + [1 - v^2 (\alpha k_0)^{-2}] \sigma^{-2}, \quad (1.78)$$

откуда подобно (1.53) имеем равенство для  $\beta_r$ :

$$(\beta_r^2)'_v = \frac{1}{4\alpha^2} \left[ \frac{(\ln \beta_r)_\zeta^2}{\sigma^2} \right] - \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{(\alpha^{-1} (\ln \beta_r)_\zeta)'_\zeta}{\sigma^2} \right] + \left[ \frac{1 - v^2 (\alpha k_0)^{-2}}{\sigma^2} \right]. \quad (1.79)$$

Алгоритм синтеза  $\alpha(z)$  состоит из следующих этапов:

1. Для заданного падающего и желаемого отраженного волновых пучков по (1.72) определяем их спектральные плотности  $F(v)$ ,  $R(v)$ , по которым находим граничное значение функции  $\beta$ :

$$\beta(0, v) = (F - R) / (F + R). \quad (1.80)$$

Согласно формуле (1.80) определяющим является отношение функций  $R(v)/F(v)$ , а не их раздельное задание.

2. Вспомогательные функции  $\beta_r(\alpha, v)$ ,  $\beta_i(\alpha, v)$  находятся как решения граничных задач (1.79), (1.80) и (1.77), (1.80).

3. Подстановка  $\beta_r, \beta_i$  в (1.75) приводит к конкретному виду дифференциального уравнения для  $\alpha(z)$ , решение которого и будет искомой характеристикой неоднородного МД. Например, выбор функций  $\beta_r = 1/\alpha(\zeta)$ ,  $\beta_i = \alpha'_\zeta / 2\alpha^2 \sqrt{1 - v^2 k_0^{-2}}$  приведет к МД с характеристикой (1.55).

1.2.8. Сделаем краткие выводы по полученным результатам.

1. Неоднородный равнопроницаемый МД пропускает нормально падающую волну без отражения при любом виде функции  $\alpha = \alpha(z)$ , характеризующей продольную неоднородность. Поиск характеристики  $\alpha(z)$ , обеспечивающей заданную угловую избирательность прохождения (отражения), выполняется без нарушения условия полной прозрачности для нормально падающей волны.

2. При малых углах падения вид функции  $\alpha(z)$  не сказывается на коэффициентах отражения и прохождения, которые зависят только от начальной величины проницаемостей  $\alpha(0)$ .

3. Равнопроницаемый неоднородный МД со слабо меняющейся функцией  $\alpha(z)$  для отраженной волны выступает в роли однородного МД, характеризуемого числом  $\alpha(0)$  при любых углах падения.

4. Анализ и синтез неоднородного равнопроницаемого МД гораздо проще и результативней соответствующих теоретических методов для неоднородных диэлектриков. Это объясняется, повидимому, тем, что равнопроницаемый МД минимально вмешивается в структуру волны при ее распространении, чего нельзя сказать о неоднородном диэлектрике.

5. Если характеристика проницаемостей имеет в качестве параметра угол падения, то падающая под этим углом волна возбуждает в МД скользящую вдоль границы  $z=0$  волну.

6. Существует возможность задавать произвольное распределение амплитуд на фазовом фронте волны за счет выбора функции  $\alpha(x, y)$ , характеризующей поперечную не-



однородность, когда фазовый множитель есть  $\exp(-jk_0x)$ . В частности, реализуется волна с областями кусочного задания амплитуд на фронте.

### 1.3. Сферические волны в равнопроницаемых магнитоэлектриках

1.3.1. Для плоской электромагнитной волны известно [12], что ограничение размеров фронта или изменение амплитуды относительно поперечных координат приводит к появлению продольных составляющих векторов поля. Наблюдается это также для сферических волн, которые имеют и конечные по размерам сферические фронты и непостоянство амплитуды и, наконец, ненулевые радиальные составляющие напряженностей  $E_r$  и (или)  $H_r$ .

Указанный квазипоперечный характер сферической волны, а также понятие импеданса «привязаны» к составляющим векторов напряженностей поля, а не векторного потенциала, традиционно используемого при анализе [9]. Поэтому будем далее заниматься непосредственным решением системы уравнений Максвелла для составляющих векторов напряженностей [1,3]. Заметное упрощение выкладок достигается, если использовать модифицированные сферические координаты, когда вместо обычных переменных

$$\theta = \arcsin(\sqrt{x^2 + y^2} / r), \varphi = \arctg(y / x), r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

фигурируют  $\beta = \text{Intg}(\theta/2)$ ,  $\varphi$ ,  $r$ , а также используются комплексная координата  $\gamma = \beta + i\varphi$  и бинарные напряженности [3]

$$E = r(E_\varphi + iE_\beta)/ch\beta, H = r(H_\varphi + iH_\beta)/ch\beta,$$

составленные из поперечных составляющих. Тогда уравнения Максвелла имеют вид:

$$2ch^2\beta E'_\gamma = -r^2 j\omega\mu H_r - i(r^2 E_r)'_\gamma, \quad (1.81)$$

$$2ch^2\beta H'_\gamma = r^2 j\omega\epsilon E_r - i(r^2 H_r)'_\gamma, \quad (1.82)$$

$$E'_r + ij\omega\mu H = 2i(E_r)'_\gamma, \quad (1.83)$$

$$H'_r - ij\omega\epsilon E = 2i(H_r)'_\gamma. \quad (1.84)$$

В системе уравнений (1.81) - (1.84) взаимосвязаны четыре функции, и возникает проблема получения для них отдельных уравнений, Это имеет место для радиальных составляющих, если ввести обозначение  $u = r^2 E_r$  (или  $u = r^2 H_r$ ), продифференцировать (1.81) по  $r$ , учесть (1.82) и равенство (1.83), продифференцированное по  $\bar{\gamma}$ . Окончательно получаем:

$$r^2(u''_r + k^2 u) + 4ch^2\beta u''_{\bar{\gamma}} = r^2(u''_r + k^2 u) + ch^2\beta(u''_\beta + u''_\varphi) = 0. \quad (1.85)$$

Уравнения для поперечных составляющих образуют систему

$$(r^2 E'_r)'_\gamma + 4(ch^2\beta E'_\gamma)'_\gamma + k^2 r^2 E = -2rij\omega\mu H, \quad (1.86)$$

$$(r^2 H'_r)'_\gamma + 4(ch^2\beta H'_\gamma)'_\gamma + k^2 r^2 H = 2rij\omega\epsilon E. \quad (1.87)$$

В принципе методом подстановки можно из (1.86), (1.87) получить два отдельных уравнения для  $E$  и  $H$ , однако они будут уравнениями четвертого порядка громоздкого вида.

Большой интерес представляет анализ импедансного соотношения в сферической волне. Как показано в [3], в уравнении связи между поперечными составляющими напряженностей

$$E = iZ_0 H + \sigma = iZ_0 H(1 + \sigma_0) \quad (1.88)$$

необходимо учитывать добавку  $\sigma$ , определяемую наличием радиальных составляющих напряженностей. Действительно, подстановка (1.88) в (1.81) - (1.84) приводит к двум уравнениям для  $\sigma$ :

$$\begin{aligned} -2ch^2\beta\sigma'_r &= i[jkr^2E_r + (r^2E_r)'_r] + j\omega\mu r^2H_r + Z_0(r^2H_r)'_r, \\ \sigma'_r - jk\sigma &= 2Z_0(H_r)'_r + 2i(E_r)'_r. \end{aligned} \quad (1.89)$$

Ввиду убывания  $E_r, H_r$  как  $1/r^2$  роль добавки  $\sigma$  в (1.88) неуклонно снижается с ростом  $r$ , однако пренебрегать величиной  $\sigma$  нельзя вблизи тех углов  $\theta, \varphi$ , где  $E, H$  устремляются к нулю. Если это не учитывают и формально полагают  $\sigma=0$  при всех углах  $\theta, \varphi$ , то уравнениями (1.86), (1.87) в теории излучения пользоваться некорректно, так как при  $\sigma=0$  они описывают строго поперечную сферическую волну, направляемую вдоль бесконечно протяженных конических проводников.

Для излучателей электрически малых размеров - мультиполей  $n$  - порядка свойства добавки  $\sigma$  в уравнении (1.88) можно указать при всех  $r>0$ . Ради простоты ограничимся случаем  $E_r \neq 0, H_r = 0$ . Общее решение уравнения (1.85) представим в виде

$$r^2E_r = u = e^{-jkr}U_n(r)F_n(\theta, \varphi), \quad (1.90)$$

$$\text{где } U_n = \sum_{q=0}^n \frac{a_q}{(kr)^q}, \quad a_q = \frac{j^{1-q}(n+q)!}{2^q q!(n-q)!}, \quad (1.91)$$

$$F_n = \sum_{m=0}^M b_m P_n^m(\xi) \cos m\varphi, \quad \xi = \cos\theta = -\text{th}\beta, \quad (1.92)$$

а для  $P_n^m(\xi)$ , как для присоединенных функций Лежандра, справедливо уравнение

$$P''_\xi(1-\xi^2) - 2\xi P'_\xi + [n(n+1) - m^2/(1-\xi^2)]P = 0.$$

Числа  $b_m, M$  в (1.92) могут выбираться из дополнительных соображений. Заметим, что представление для  $E_r$  будет иметь при  $a_0$  множителем  $r^{-2}$ .

Характер поведения  $E, H$  относительно расстояния  $r$  определяется после подстановки (1.90) в (1.81), (1.82):

$$H = e^{-jkr}U_n(r)\Phi_n(\beta, \varphi), \quad (1.93)$$

$$E = (e^{-jkr}U_n)'_r \Phi_n / ij\omega\epsilon, \quad (1.94)$$

где  $\Phi_n$  и функция  $F_n$ , известная по (1.92), связаны равенством

$$-(\Phi_n)'_\xi = 2ch^2\beta(\Phi_n)'_r = j\omega\epsilon F_n. \quad (1.95)$$

Подстановка (1.93), (1.94) в (1.88) позволяет найти и явное представление для относительной добавки

$$\sigma_0 = \frac{j(U_n)'_r}{kU_n} = j(kr)^{-2} \sum_{q=1}^n a_q (kr)^{-q+1} / \sum_{q=0}^n a_q (kr)^{-q}, \quad (1.96)$$

где числа  $a_q$  известны по формуле (1.91). Итак, добавка  $\sigma_0$  в импедансном равенстве (1.88) одинакова для всех точек данной сферы и уменьшается при  $kr > 1$  не медленнее, чем  $(kr)^{-2}$ . Например, для поля электрического диполя Герца ( $n=1$ ) по (1.91), (1.96) имеем:

$$\sigma_0 = -(kr)^{-2} / [1 - j(kr)^{-1}]. \quad (1.97)$$

Очевидно, что найдется такая сфера  $r=r_0$ , чтобы в (1.88) можно было положить при  $r \geq r_0$ :

$$1 + \sigma_0 \approx 1 \text{ при } |\sigma_0| \leq \delta, \quad (1.98)$$

где  $\delta$  - заданная величина ошибки, Условия (1.98) определяют возможность рассмотрения квазипоперечной сферической волны как поперечной волны с традиционной связью между поперечными составляющими:  $E = iZ_0 H$ . Например, для поля диполя Герца согласно (1.97), (1.98) имеем эту возможность при

$$kr_0 \geq 1 / \sqrt{\delta}. \quad (1.99)$$

1.3.2. Рассмотрим далее задачу о поле, создаваемом диполем Герца, расположенном при  $r=0$ , когда сфера  $r=r_0$  разграничивает шаровые области равнопроницаемого МД с различными проницаемостями: при  $0 < r < r_0$  имеем  $\alpha = \alpha_1$ , а при  $r_0 < r < \infty$  проницаемости равны  $\alpha = \alpha_2$ . Составляющие напряженностей первичного поля есть

$$\begin{aligned} H_\phi^0 &= p j k_1^2 (\zeta_1^{-1} - j \zeta_1^{-2}) \sin \theta e^{-j \zeta_1} = f_\phi(\zeta_1) e^{-j \zeta_1}, \\ E_\theta^0 &= p j Z_0 k_1^2 (\zeta_1^{-1} - j \zeta_1^{-2} - \zeta_1^{-3}) \sin \theta e^{-j \zeta_1} = f_\theta(\zeta_1) e^{-j \zeta_1}, \\ E_r^0 &= 2 p Z_0 k_1^2 (\zeta_1^{-2} - j \zeta_1^{-3}) \cos \theta e^{-j \zeta_1} = f_r(\zeta_1) e^{-j \zeta_1}, \end{aligned} \quad (1.100)$$

где  $k_1 = \alpha_1 k_0$ ,  $\zeta_1 = k_1 r$ ,  $p$  - электрический момент диполя. Вторичное поле, обязанное неравенству  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , только при определенных условиях будет состоять из одной отраженной и одной прошедшей волн с напряженностями, подобными напряженностям (1.100) первичного поля. Покажем, что это будут условия типа (1.99). С учетом обозначений в формулах (1.100) для отраженной волны берем равенства

$$\begin{aligned} H_\phi^R &= R f_\phi(\zeta_1) \exp[j(\zeta_1 - 2k_1 r_0)] = R f_\phi \exp(j\psi_1), \\ E_\theta^R &= -R f_\theta(\zeta_1) \exp(j\psi_1), \quad E_r^R = -R f_r(\zeta_1) \exp(j\psi_1), \end{aligned} \quad (1.101)$$

где  $R$  - коэффициент отражения, а для прошедшей волны - выражения

$$\begin{aligned} H_\phi^T &= T f_\phi(\zeta_2) \exp[-j(\zeta_2 - k_2 r_0 + k_1 r_0)] = T f_\phi \exp(j\psi_2), \\ E_\theta^T &= T f_\theta(\zeta_2) \exp(j\psi_2), \quad E_r^T = T f_r(\zeta_2) \exp(j\psi_2). \end{aligned} \quad (1.102)$$

На границе  $r=r_0$  должны удовлетворяться условия как для касательных составляющих:

$$H_\phi^0 + H_\phi^R = H_\phi^T, \quad E_\theta^0 + E_\theta^R = E_\theta^T, \quad (1.103)$$

так и для нормальных составляющих:

$$\alpha_1 (E_r^0 + E_r^R) = \alpha_2 E_r^T. \quad (1.104)$$

Подстановка (1.100) - (1.102) в (1.103) дает систему уравнений

$$1 + R = T t_1, \quad 1 - R = T t_2, \quad (1.105)$$

где 
$$t_1 = \frac{\alpha_2 - j(k_0 r_0)^{-1}}{\alpha_1 - j(k_0 r_0)^{-1}}, \quad t_2 = \frac{\alpha_2 - j(k_0 r_0)^{-1} - \alpha_2^{-1}(k_0 r_0)^{-2}}{\alpha_1 - j(k_0 r_0)^{-1} - \alpha_1^{-1}(k_0 r_0)^{-2}}.$$

Постановка же радиальных составляющих из (1.100) - (1.102) в (1.104) дает:

$$\cos\theta(1-R)=Tt_1\cos\theta. \quad (1.106)$$

Возникает проблема совместности уравнений (1.105), (1.106), что обеспечивается при  $t_1 \approx t_2$ , откуда имеем требование:

$$r_0 k_0 \alpha_{\max} > r_0 k_0 \alpha_{\min} \geq 1/\sqrt{\delta}, \quad (1.107)$$

которое совпадает с условием (1.99), рассматриваемом для случая, когда  $\alpha_{\min}$  есть наименьшая из двух ( $\alpha_1, \alpha_2$ ) проницаемостей. При выборе для равнопроницаемого МД границы  $r=r_0$  скачка проницаемостей согласно (1.107) не только обеспечивается совместность (1.105), (1.106), но создаются условия неотражающего прохождения волны через границу, ибо  $R=0$ ,  $T=1$ .

Формула (1.106) подсказывает, что можно не накладывать на радиус  $r_0$  требования (1.107), если рассматривать поле вблизи угла  $\theta=\pi/2$ , где наблюдается нуль продольной (радиальной) составляющей вектора напряженности. Очевидно, что нулевое отражение при переходе через сферическую границу должна иметь волна от ненаправленного (изотропного) излучателя, который в электромагнитном варианте (в отличие от акустического) может быть реализован лишь как квазиизотропный.

1.3.3. Перейдем к постановке новой задачи: определить такую совокупность мультиполей, чтобы создаваемое ими вместе первичное электромагнитное поле было бы сферической волной от почти ненаправленного (квазиизотропного) излучателя.

В соответствии с (1.90) - (1.95) сферическая волна, создаваемая суммой мультиполей, имеет напряженности

$$rH_\phi = -j\omega\epsilon e^{-jkr} \sum_{n=1}^N C_n U_n(r) P'_{n\theta}(\cos\theta) / n(n+1), \quad (1.108)$$

$$rE_\theta = -jke^{-jkr} \sum_{n=1}^N C_n (U_n + jk^{-1}U'_{nr}) P'_{n\theta}(\cos\theta) / n(n+1), \quad (1.109)$$

$$r^2 E_r = e^{-jkr} \sum_{n=1}^N C_n U_n(r) P_n(\cos\theta), \quad (1.110)$$

где  $C_n$  - константы, определяющие электрические моменты мультиполей. Формулы (1.108) - (1.110) записаны для случая независимости поля от координаты  $\phi$ , когда используются обычные функции Лежандра  $P_n(\xi)=P_n(\cos\theta)$ . Путем подстановки (1.91), (1.93), (1.94) в (1.83) можно показать, что кроме формулы (1.93) есть также соотношение  $\Phi_n = -\sin\theta P'_{n\theta} j\omega\epsilon / n(n+1)$ , которое учтено в (1.108), (1.109).

Задача состоит в нахождении таких чисел  $C_n$ , чтобы относительная добавка  $\sigma_0$  в импедансном равенстве (1.88) была бы почти всюду нулевой, за исключением полярных точек  $\theta=0$ ,  $\theta=\pi/2$  на сфере некоторого радиуса  $r=r_0$ . При этом зависимости (1.108), (1.109) с точностью до множителя  $Z_0$  оказываются одинаковыми, что приводит к повторяемости граничных уравнений (1.103). Поэтому в силу равенства  $1+R=1-R$ , т.е.  $R=0$ , происходит неотражающее прохождение волны через границу  $r=r_0$  скачка прони-

цаемостей. Кроме того, из-за  $\sigma_0=0$  касательная составляющая напряженности  $E_\theta$  становится полной напряженностью, имеем выполнение граничного условия (1.104) в нулевом варианте:  $E_r^0 = E_r^R = E_r^T = 0$ .

Вместо проверки неравенства (1.98) сразу будем полагать  $\sigma_0=0$  и находить  $C_n$  для предельного случая  $N \rightarrow \infty$ , когда в (1.108) - (1.110) суммы превращаются в ряды. Потребуем при  $0 < \theta < \pi$  выполнения равенства

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n U'_{nr}(r_0) P'_{n\theta}(\cos \theta) / n(n+1) = 0. \quad (1.111)$$

В силу комплексного вида функций (1.91), т.е. представления  $U'_{nr} = V_{nr}(r_0) + jV_{ni}(r_0)$ , коэффициенты  $C_n$  также должны быть комплексными:  $C_n = C_{nr} + jC_{ni}$ . Равенство (1.111) будет выполнено, если подобраны вещественные константы  $D_n$ , исходя из условий:

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n P_n(\xi) = -D_0 \quad \text{при} \quad -1 < \xi < 1, \quad (1.112)$$

а затем  $C_{nr}, C_{ni}$  найдены по  $D_n$ :

$$C_{nr} = \frac{n(n+1)(V_{nr} + V_{ni})D_n}{V_{nr}^2 + V_{ni}^2}, C_{ni} = \frac{n(n+1)(V_{nr} - V_{ni})D_n}{V_{nr}^2 + V_{ni}^2}. \quad (1.113)$$

Доопределим требования (1.112) поведением ряда при  $\xi = \pm 1$  как для  $\delta$ -функции:

$$\sum_{n=0}^{\infty} D_n P_n(\xi) = \delta(1) - \delta(-1),$$

что позволяет иметь:

$$D_n = 2[1 - (-1)^n] / (2n+1) = 4 / (2n+1), \quad (1.114)$$

где  $n$  - нечетное число. Итак, числа  $C_{nr}, C_{ni}$  находятся по (1.113), (1.114), где также согласно (1.91) используются соотношения:

$$V_{nr} = -\sum_q^n \frac{(n+q)!(-1)^{(q-1)/2}}{(kr_0)^{q+1} 2^q (q-1)!(n-q)!}, \quad q - \text{нечетное.}$$

$$V_{ni} = -\sum_q^{n-1} \frac{(n+q)!(-1)^{q/2}}{(kr_0)^{q+1} 2^q (q-1)!(n-q)!}, \quad q - \text{четное.}$$

Нетрудно теперь показать, что выполнение условия (1.111) нулевой добавки  $\sigma_0$  в импедансном равенстве (1.88) сопровождается квазиизотропностью излучения, т.е. независимостью  $E_\theta$  и  $H_\phi$  от  $\theta$  при  $0 < \theta < \pi$ . Для этого учитываем, что кроме (1.111) действует также равенство:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n U'_{nr}(r_0) P''_{n\theta}(\cos \theta) / n(n+1) = 0. \quad (1.115)$$

Из (1.108), (1.109), (1.115) получаем:

$$\left| r H_\phi \right|_{r=r_0}'' = 0, \quad \left| r E_\theta \right|_{r=r_0}'' = 0.$$

Во всех точках сферы  $r=r_0$ , кроме полюсов, отсутствует радиальная составляющая напряженности, ибо по (1.110), (1.111), (1.115) имеем  $(r^2 E_r e^{jkr})'_r = 0$ . Этот же результат может быть получен подстановкой  $\sigma_0=0$  в уравнения (1.89).

1.3.4. Продолжим исследование прохождения сферической волны через сферическую границу раздела  $r=r_0$ , когда она разделяет однородный МД и неоднородный МД с характеристикой  $\alpha=\alpha(r, \theta, \phi)$ . Покажем лишь принципиальную возможность применения

метода разделения переменных для уравнений поля в случаях продольной неоднородности с  $\alpha=\alpha(r)$  и поперечно - продольной неоднородности вида  $\alpha=\alpha_0(\theta,\varphi)/r$ . В уравнениях (1.81) - (1.84) учитываем равенство  $\epsilon_r=\mu_r=\alpha$  и получаем аналог дифференциального уравнения (1.85), но для неоднородной среды:

$$r^2(\alpha^{-1}u'_r)'_r + k_0^2 r^2 \alpha u + 4ch^2 \beta (\alpha^{-1}u'_\gamma)'_\gamma = 0. \quad (1.116)$$

Вместо равенств (1.86), (1.87) теперь действуют уравнения

$$\begin{aligned} (\alpha^{-1}r^2 E'_r)'_r + 4(\alpha^{-1}ch^2 \beta E'_\gamma)'_\gamma + k_0^2 r^2 \alpha E &= -2rij\omega\mu_0 H, \\ (\alpha^{-1}r^2 H'_r)'_r + 4(\alpha^{-1}ch^2 \beta H'_\gamma)'_\gamma + k_0^2 r^2 \alpha H &= 2rij\omega\epsilon_0 E. \end{aligned} \quad (1.117)$$

В частности, из (1.117) для напряженности магнитного поля с осевой симметрией следует уравнение

$$r[\alpha^{-1}(rH_\varphi)'_r]'_r + ch\beta[\alpha^{-1}ch^2 \beta(H_\varphi / ch\beta)'_\beta]'_\beta + k_0^2 r^2 \alpha H_\varphi = 0. \quad (1.118)$$

Если характеристика проницаемостей есть  $\alpha=\alpha(r)$ , то поиск решения уравнения (1.116) в виде  $u=A(r)B(\theta,\varphi)$  приводит к соотношениям

$$-4ch^2 \beta (B'_\gamma)'_\gamma / B = m = \alpha r^2 (\alpha^{-1}A'_r)'_r / A + k_0^2 r^2 \alpha, \quad (1.119)$$

где  $m$  - постоянная разделения. Заметим, что получающиеся из (1.119) обыкновенные дифференциальные уравнения имеют хорошо изученные решения.

В случае поперечно - продольной неоднородности, когда  $\alpha=\alpha_0(\theta,\varphi)/r$ , имеем:

$$4\alpha_0 ch^2 \beta (B'_\gamma / \alpha_0)'_\gamma / B + k_0^2 \alpha_0^2 = m = -r(rA'_r)'_r / A. \quad (1.120)$$

По крайней мере, для осесимметричного поля, когда  $\alpha_0=\alpha_0(\beta)$ , из (1.120) получаем раздельные обыкновенные дифференциальные уравнения для  $B(\beta), A(r)$ .

Если излучатель является квазиизотропным (п.1.3.3), то в уравнениях (1.116), (1.119) нет необходимости. Для всех точек сферы, кроме полюсов, уравнение (1.118) для напряженности упрощается к виду

$$r[\alpha^{-1}(rH_\varphi)'_r]'_r + k_0^2 r^2 \alpha H_\varphi = 0.$$

Решение этого равенства есть

$$H_\varphi = Cr^{-1} \exp[\pm jk_0 \int_0^r \alpha(r) dr]$$

при произвольной функции  $\alpha(r)$  для продольной неоднородности проницаемостей МД. Очевидно, что указанная сферическая волна согласуется с поперечной волной в воздухе

$$H_\varphi = Cr^{-1} \exp[\pm jk_0 (r - a + \int_0^a \alpha(r) dr)],$$

если граница между средами есть сфера  $r=a$ . Существенно, что выбор радиуса  $a$  не зависит от длины волны.

### 1.3.5. Подведем некоторые итоги:

1. На прохождение сферической волны через сферическую границу скачка проницаемостей двух равнопроницаемых МД сказывается наличие радиальных составляющих напряженностей поля.

2. Уменьшение роли радиальных составляющих и соответственно создание условий для полного прохождения сферической волны возможно при достаточном удалении сферы  $r=r_0$  от излучателя (первый вариант импедансно согласованного волнового процесса).

3. Полное прохождение через сферическую границу произвольно малого радиуса обеспечивается для волны квазиизотропного излучателя (второй вариант импедансного согласования).

4. При согласовании по первому или по второму вариантам наблюдается неотражающее прохождение сферической волны в неоднородный МД с произвольной функцией  $\alpha=\alpha(r)$  продольной неоднородности.

5. Указанные условия импедансного согласования необходимы как для полного прохождения сферической волны из воздуха в МД, так и для перехода из МД в воздух.

### 1.4. Плоские и сферические волны с непараллельными фронтами

1.4.1. Плоские и сферические волны, рассмотренные выше, являются волнами с плоскопараллельными и сферопараллельными фронтами. Кроме них, в неоднородных равнопроницаемых МД, возможны еще четыре класса плоских и сферических волн [1-5]. Так, плоскоосевые волны имеют фазовые фронты в виде полуплоскостей, вращающихся вокруг оси  $z$ . Интерес представляют и три новых класса сферических волн: сфероточечные, сфероосевые, бисферические. Для них характерно, что волновой фронт, будучи сферой переменного радиуса, при своем движении, либо закреплен в одной точке  $x=y=z=0$  либо закреплен по оси - окружности  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = a$ , либо перемещается от точки  $\rho=0, z=-a$  до точки  $\rho=0, z=a$ . Эти волны можно еще называть кольцевыми, поскольку движение энергии происходит вдоль окружностей (по кольцу или его части).

Для описания плоскопараллельных и сферопараллельных волн адекватными являются системы координат с плоскопараллельным и сферопараллельным базисами (ПБ, СБ). Все выкладки становятся аналогичными для четырех классов волн с непараллельными фронтами, если для их анализа используются соответствующие координаты: плоскобазисные (ПБ) и три класса сферобазисных координат (СБ, СБШ, СБIV). Далее основные свойства новых волн будут представлены без математических подробностей, которые можно найти в [1-4].

1.4.2. Плоскоосевые волны имеют фазовые фронты типа листов раскрытой книги (рис.1.14,а), движение энергии идет вдоль окружностей  $\rho=C$ . Закручивание линий вектора Пойнтинга происходит за счет переменной скорости движения  $v=c_0=\rho_0/\rho$ , поскольку проницаемости МД обратно пропорциональны расстоянию от оси  $z$ :

$$\alpha(\rho)=\epsilon_r=\mu_r=\rho_0/\rho, \quad (1.121)$$

где  $\rho_0$  - величина некоторого фиксированного радиуса (рис.1.14,б).

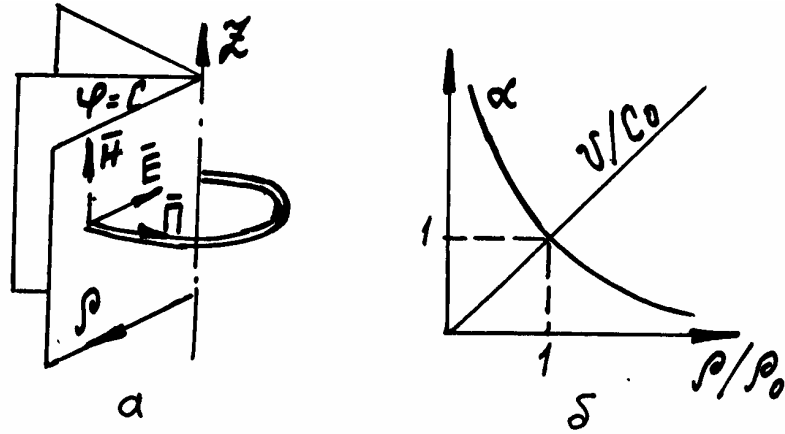


Рис.1.14. Полуплоскости - фазовые фронты плоскоосевой волны (а) и проницаемости соответствующего МД (б)

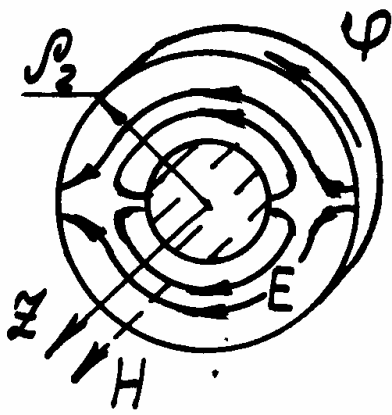


Рис.1.15. Силовые линии плоскоосевой Е-волны

При  $\rho < \rho_0$  имеет место область замедления, а при  $\rho > \rho_0$  - область ускорения. Ввиду невозможности переноса энергии волной со скоростью большей, чем скорость света  $c_0$ , область ускорения должна быть заполнена идеальным проводником. Если разместить МД с проницаемостями (1.121) в пространстве между двумя коаксиальными металлическими цилиндрами, то напряженности поля равны

$$E = E_\rho = -Z_0 H_z = U(\rho_2 - \rho_1)^{-1} e^{-jk_0 \rho_2 \varphi},$$

где  $U$  - электрическое напряжение между цилиндрами. Кроме Т-волн, когда  $H_\varphi = 0$ ,  $E_\varphi = 0$ , представляют интерес волны Е,Н типов, общее рассмотрение которых есть в [3,4]. Для

примера на рис.1.15 указаны силовые линии простейшей Е-волны, вращающейся вокруг оси  $z$  между двумя металлическими коаксиальными цилиндрами радиусов  $\rho = \rho_1$ ,  $\rho = \rho_2$ . Для напряженностей имеем:

$$E_\varphi = E_0 \sqrt{\rho_1 / \rho} \sin[\pi \ln(\rho / \rho_1)] e^{-j\varphi}, \quad E_\rho = -j0,05 E_0 \sqrt{\rho_1 / \rho} \times \\ \times \{\sin[\pi \ln(\rho / \rho_1)] + 2\pi \cos[\pi \ln(\rho / \rho_1)]\} e^{-j\varphi} = -H_\varphi / \omega \epsilon_0 \rho_2.$$

Указанные соотношения записаны по формулам (2.42) - (2.46) из [4] при  $n=1$ ,  $\ln(\rho_2/\rho_1)=1$ ,  $\rho_2=0,53\lambda_0$ .

Бегущие вдоль координаты Н-волны образуют решение задачи о невидимом МД цилиндре (см. гл.2).

#### 1.4.3 Сфероточечная Т-волна наблюдается в МД с проницаемостями

$$\alpha = a^2/r^2 = a^2/(x^2 + y^2 + z^2). \quad (1.122)$$

Сферические фронты переменного радиуса закреплены в одной точке  $x=y=z=0$  и описываются фазовым множителем  $\exp(-jk_0 a^2 z/r^2)$ . Линии энерговектора Пойнтинга являются окружностями, которые начинаются в точке  $r=0$  при  $z<0$ , а заканчиваются в той же точке, но при  $z>0$ . Может показаться, что такая структура линий потока энергии не-



реализуема на практике. Чтобы развеять это предположение, рассмотрим устройство фокусировки электромагнитной энергии путем «собирания» ее с поверхности в точку.

Пусть в коаксиальном кабеле бежит плоская волна с напряженностями

$$E_\rho = Z_0 H_\varphi = E_0 a \rho^{-1} e^{-jk_0 z}. \quad (1.123)$$

Кабель заканчивается тороидальной (но без отверстия) металлической крышкой, а электрические силовые линии искривляются, как показано на рис.1.16,а. При  $z>0$  расположен МД с проницаемостями по (1.122), причем, поверхности постоянства значений проницаемостей  $\alpha=C$  есть концентрические сферы  $r=C$  (рис.1.16,б). Ввиду неоднородности МД происходит искривление линий вектора Пойнтинга  $\vec{P}$ , как показано на рис.1.16,в. Напряженности волны в МД проще всего описать с помощью координат

$$\xi = \ln(a\rho/r^2), \quad \varphi = \arctg(y/x), \quad \zeta = z/r^2,$$

а именно [4]:

$$E_\xi = Z_0 H_\varphi = E_0 a \rho^{-1} e^{-jk_0 a^2 \zeta}. \quad (1.124)$$

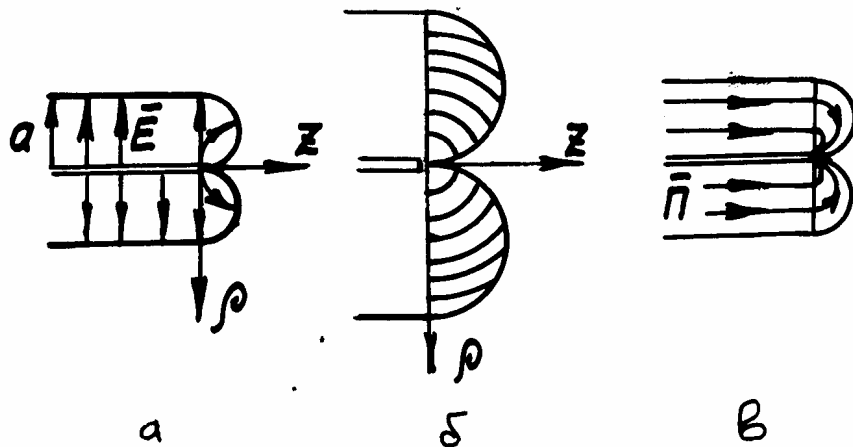


Рис.1.16. Сфероточечная Т-волна с линиями напряженности электрического поля (а), в МД со сферами постоянства проницаемостей (б) и линиями вектора Пойнтинга (в)

Сопоставление (1.123), (1.124) показывает, что на границе  $z=0$  между воздухом и МД происходит непрерывное «сшивание» касательных составляющих векторов полей при отсутствии нормальных составляющих. Поэтому рассмотренное устройство является согласованным переходом для плоскопараллельной волны в сфероточечную волну. Энергия, пришедшая по коаксиальному кабелю, оказывается полностью переданной с помощью равнопроницаемого МД «точечному» потребителю, расположенному при  $r=0$ .

1.4.4. Для описания сфероосевых волн удобно использовать тороидальные координаты класса СБШ:

$$\operatorname{ch} \xi = (r^2 + a^2) / 2a\rho, \operatorname{tg} \varphi = y / x, \cos \zeta = (r^2 - a^2) / \sqrt{(r^2 + a^2)^2 - 4a^2 \rho^2}. \quad (1.125)$$

Координатные поверхности  $\xi=C$ ,  $\varphi=C$ ,  $\zeta=C$  (рис.1.17,а) есть соответственно тороидальные поверхности, полуплоскости, и сферические вырезки - куполы, опирающиеся

на окружность  $\rho=a, z=0$ . В частности,  $\zeta=0$  есть плоскость с круглым отверстием, а  $\zeta=\pi$  - диск с радиусом  $a$ . Из-за наличия неоднородного МД с проницаемостями

$$\alpha = b^2 / \sqrt{(r^2 + a^2)^2 - 4\rho^2 a^2} \quad (1.126)$$

происходит закручивание энергии вокруг указанной окружности, т.е. линии потока энергии характеризуются ортом  $\bar{\zeta}^0$ , касательным к тороидам  $\xi=C$  и к полуплоскостям  $\varphi=C$ . Фазовым множителем для сфероосевых Т-волн является  $\exp(-jk_0 \xi b^2/2a)$ , где константа  $b^2$  соответствует формуле (1.126).

На рис.1.17,б в соответствии с (1.126) представлены овалы Кассини как линии пересечения с плоскостью чертежа поверхностей неизменного значения проницаемостей  $\alpha=C$ . Указанные поверхности образованы вращением овалов Кассини вокруг оси  $z$ , т.е. являются сплюснутыми поверхностями вращения. Имеются четыре различных формы овалов Кассини, указанные на рис.1.17,б, что позволяет выбирать разграничительную поверхность  $\alpha=1$  в четырех видах: а) сплюснутой эллипсоидальной при  $b > a\sqrt{2}$ , б) эллипсоидальной с углублением при  $a < b < a\sqrt{2}$ , в) эллипсоидальной с максимальным углублением (точкой  $r=0$ ) при  $b=a$ , г) тороподобной при  $b < a$ . Изоимпедансная среда внутри поверхности  $\alpha=1$  будет замедляющей, а снаружи - ускоряющей.

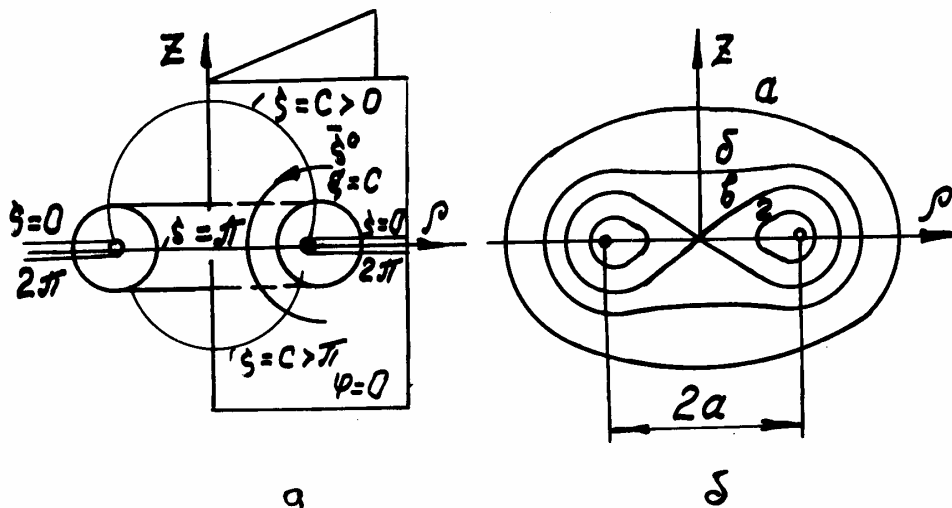


Рис.1.17. Координатные поверхности тороидальной системы (а), поверхности постоянства проницаемостей (б)

Фазовые фронты волны испытывают превращение от плоскости с отверстием ( $\zeta=0$ ) в сферический купол  $\zeta=C>0$ , уменьшающийся до размеров диска  $\zeta=\pi$ , чтобы потом перейти в подвешенные чаши  $\zeta=C>\pi$ . Наконец, при  $\zeta=2\pi$  происходит начало нового цикла, когда плоскость с отверстием является также фронтом  $\zeta=0$ . Заметим, что фазовые фронты  $\zeta=C$  сфероосевых волн не ортогональны к поверхностям  $\alpha=C$ .

Рассмотрим разворотное устройство с использованием сфероосевой волны. Пусть по коаксиальному кабелю с границами  $\rho=\rho_1, \rho=\rho_2$  (рис.1.18,а) бежит волна с напряжениями (1.123). Необходимо развернуть поток энергии, направив его против оси  $z$  в другой коаксиальный кабель с границами  $\rho=\rho_3, \rho=\rho_4$ . Для этого в торцевой части используется МД с проницаемостями по (1.126), ограниченный тороидальной металлической крышкой, как показано на рис 1.18,а. В МД волна будет иметь [4] напряженности

$$E_{\xi} = Z_0 H_{\varphi} = E_0 a \rho^{-1} e^{-jk_0 \zeta b^2 / 2a}, \quad (1.127)$$

поэтому согласно (1.123), (1.127) на границе  $z=0$ ,  $\rho_1 < \rho < \rho_2$  и на границе  $z=0$ ,  $\rho_3 < \rho < \rho_4$  происходит согласованный переход энергии из воздуха в МД, а затем из МД в воздух. Важно, что использование тороидальной крышки обусловило связь между  $\rho_1, \rho_2$  и между  $\rho_3, \rho_4$  по правилу инверсии [15]:

$$\rho_3 = a^2 / \rho_2, \quad \rho_4 = a^2 / \rho_1.$$

Поэтому второй коаксиальный кабель имеет то же волновое сопротивление, что и первый, ибо  $\rho_4 / \rho_3 = \rho_2 / \rho_1$ . На рис.1.18,а штриховые линии есть перенесенные с рис.1.17,б отрезки овалов Кассини как линий постоянства проницаемостей  $\alpha = C$ . Идею создания разворотного устройства можно повторить и получить сверхширокополосное переходное устройство между двумя кабелями с равными волновыми сопротивлениями, но различными внешними диаметрами (рис.1.18,б).

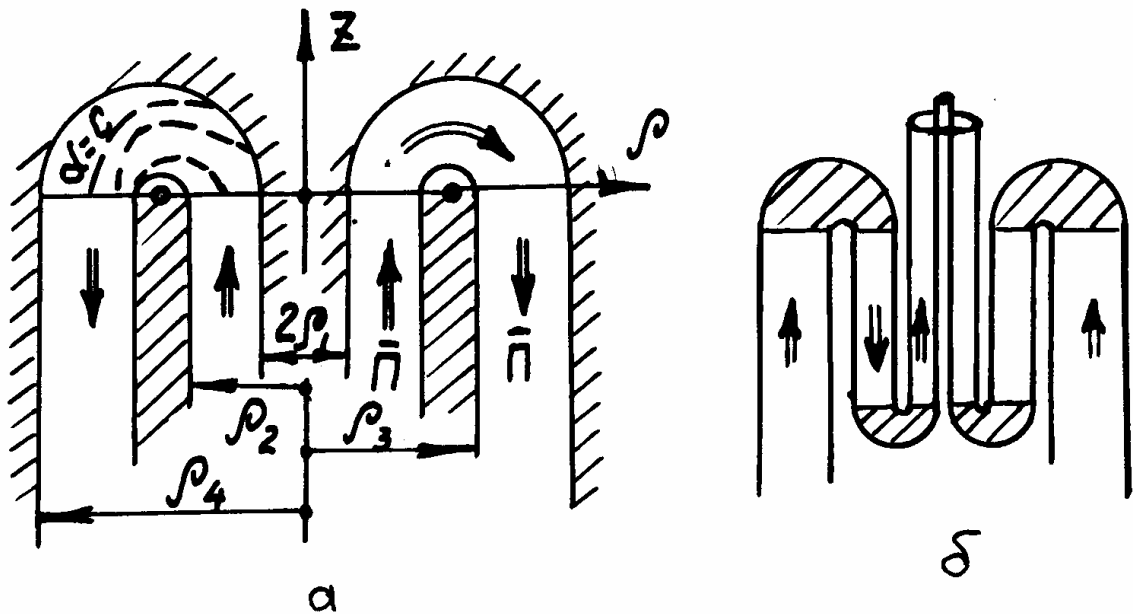


Рис.1.18. Устройства с использованием сфероосевой волны: а) разворотное, б) переходное

#### 1.4.5. С использованием бисферических координат

$$\text{sh} \xi = (r^2 - a^2) / 2a\rho, \text{tg} \varphi = y / x, \text{ch} \xi = (r^2 + a^2) / \sqrt{(r^2 - a^2)^2 + 4a^2 \rho^2} \quad (1.128)$$

удобно исследовать Т,Е или Н бисферические волны в МД с проницаемостями

$$\alpha = b^2 / \sqrt{(r^2 + a^2)^2 - 4z^2 a^2}. \quad (1.129)$$

Сферическая волна, зародившись в точке  $z = -a$ ,  $\rho = 0$ , смещается от этой точки до симметричной точки  $z = a$ ,  $\rho = 0$  (рис.1.19,а). Радиус сферического фронта при этом изменяется от нуля до  $\infty$  (для плоскости  $z=0$ ), а затем уменьшается до нуля. Например, простейшая Т-волна имеет напряженности

$$E_{\xi} = Z_0 H_{\varphi} = E_0 a \rho^{-1} e^{-jk_0 \zeta b^2/2a}, \quad (1.130)$$

где  $b^2$  - константа, входящая в (1.129).

Можно показать [4], что поверхности  $\alpha=C$  образованы вращением овалов Кассини, изображенных на рис.1.17,б, относительно горизонтальной оси, которая после перемены местами координат является осью  $z$ . Теперь поверхность  $\alpha=1$  может быть следующих четырех видов: а) вытянутый эллипсоид при  $b > a\sqrt{2}$ , б) вытянутый эллипсоид с «талией» при  $a < b < a\sqrt{2}$ , в) две каплевидных поверхности с общей точкой  $r=0$  при  $b=a$ , г) две раздельных каплевидных поверхности при  $b < a$ . Указанная разграничительная поверхность делит все пространство на замедляющую среду внутри и ускоряющую среду снаружи. Фазовые фронты бисферических волн (рис.1.19,а) не ортогональны к поверхностям  $\alpha=C$ , указанным на рис.1.17,б.

На рис.1.19,б представлено фокусирующее устройство с использованием волны (1.130). А именно, пришедшая по коаксиальному кабелю снизу плоскопараллельная волна переходит без отражения в сферическую волну в МД. Расстояние  $a$  между плоскостью стыковки волн  $z=0$  и фокусом - точкой собирания энергии - отлично от нуля, что было характерно для устройства, представленного на рис.1.16. Штриховые линии на рис.1.19,б показывают вид поверхностей вращения, где наблюдается постоянство проницаемостей  $\alpha=C$ .

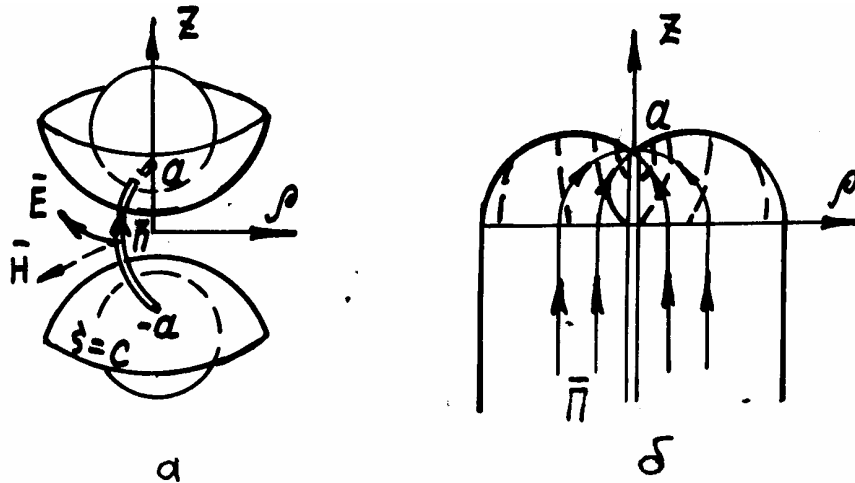


Рис.1.19. Фазовые фронты бисферической волны (а), и ее использование в фокусирующем устройстве (б)

1.4.6. Рассмотренные плоские и сферические волны с непараллельными фронтами наблюдаются в неоднородных равнопроницаемых МД, имеющих одну из четырех видов неоднородностей (1.121), (1.122), (1.126), (1.129). Свойства этих волн аналогичны в расчетном смысле свойствам плоскопараллельных, сферопараллельных волн, существующих в воздухе.

Все шесть классов Т-волн ( $E_z=0$ ,  $H_z=0$ ) имеют напряженности, рассчитываемые по формулам

$$(hE_{\eta})'_{\xi} = (hE_{\xi})'_{\eta}, (hE_{\xi})'_{\xi} = -(hE_{\eta})'_{\eta}, E_{\xi} = Z_0 H_{\eta}, E_{\eta} = -Z_0 H_{\xi},$$

где

$$h(E_{\xi} - iE_{\eta}) = W(\xi + i\eta)e^{-jk_0 h \zeta c}, \quad (1.131)$$

а  $W(\xi + i\eta)$  есть аналитическая функция комплексного переменного. Все шесть классов Е-волн имеют формулы для поперечных составляющих:

$$E_{\xi}^E / Z_C^E = H_{\eta}^E = -j\omega\epsilon_0\sigma U'_{\xi}, H_{\xi}^E = j\omega\epsilon_0\sigma U'_{\eta} = -E_{\eta}^E / Z_C^E, \quad (1.132)$$

$$\text{где} \quad Z_C^E = \beta / \omega\epsilon_0, 1/\sigma = h_{\zeta C} h(k_0^2 - \beta^2) = h_{\zeta C} h\gamma^2, U = h_{\xi} E_{\xi}. \quad (1.133)$$

а все шесть классов Н-волн:

$$E_{\xi}^H / Z_C^H = H_{\eta}^H = -j\beta\sigma V'_{\eta}, -E_{\eta}^H / Z_C^H = H_{\xi}^H = -j\beta\sigma V'_{\xi}, \quad (1.134)$$

$$\text{где} \quad Z_C^H = \omega\mu_0 / \beta, V = h_{\zeta} H_{\zeta}. \quad (1.135)$$

Функции  $U, V$ , определяющие по (1.133), (1.135) продольные составляющие векторов поля, а также по (1.132), (1.134) поперечные составляющие, находятся по формулам:

$$U = u(\xi, \eta) e^{j(\omega t - h_{\zeta C} \beta \zeta)}, V = v(\xi, \eta) e^{j(\omega t - h_{\zeta C} \beta \zeta)}, \quad (1.136)$$

где  $u$  или  $v$  является решением двумерного уравнения

$$u''_{\xi} + u''_{\eta} + h^2 \alpha^2 \gamma^2 u = 0. \quad (1.137)$$

1.4.7. Граничная поверхность, направляющая некоторую из указанных волн, принадлежит к одному из множеств поверхностей  $\xi(x, y, z) = C, \eta(x, y, z) = C$ . Наличие такого большого числа вариантов граничных поверхностей совсем не означает полный произвол их геометрии. Пользоваться формулами (1.131) - (1.137) не придется, если выражения для напряженностей новых волн записывать по выражениям для плоскопараллельных (ПП) волн на основе предлагаемой ниже расчетной аналогии. Основной при этом является процедура установления характера граничных поверхностей, направляющих одну из плоскоосевых, сфероточечных, сфероосевых, бисферических волн, по виду линий  $\xi_0(x, y) = C, \eta_0(x, y) = C$ , конкретизирующих форму цилиндрической границы для ПП волны.

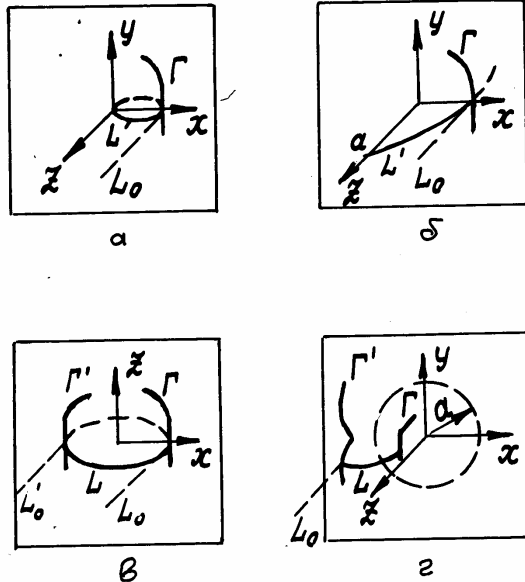


Рис.1.20. Геометрическое формирование граничных поверхностей для волн: а) сфероточечной, б) бисферической, в) плоскоосевой, г) сфероосевой

Эти геометрические правила были найдены ранее [15,16], они позволяют указать вид трехмерных координатных поверхностей  $\xi(x, y, z) = C, \eta(x, y, z) = C$  в классах ПБП, СБП - СБIV по виду сетки линий на единственной плоскости. Для координат классов СБП, СБIV отправная плоскость  $\zeta = z = 0$  (рис.1.20, а, б) является вырождением сферы  $\zeta = C$  при неограниченном увеличении ее радиуса. Для координат классов ПБП, СБП отправная плоскость (рис.1.20, в, г) состоит из двух полуплоскостей  $\zeta = 0$  и  $\zeta = \pi$ , входящих в состав семейства  $\zeta = C$  как полуплоскостей для ПБП или полусфер для СБП.

С помощью рис.1.20 укажем правила геометрического формирования граничной поверхности. Выбираем в качестве направляющей желаемую криволинейную линию  $\Gamma$  на отправной плоскости. Привычная цилиндрическая граничная поверхность формируется путем смещения вдоль направляющей прямолинейной образующей. Новые же граничные поверхности несколько усложнены за счет использования в качестве образую-

щей не прямой  $L_0$ , а окружности  $L$ : а) окружности, закрепленной в точке (СБII), б) отрезка окружности, закрепленного в двух точках  $z=\pm a$ ,  $\rho=0$  (СБIV), в,г) окружности, смещающейся вдоль симметричных ветвей  $\Gamma$ ,  $\Gamma^*$  (ПБII, СБIII).

Формульная часть аналогии между ПП и новыми волнами также достаточно проста. Рассмотрим ее только для Т-волн. Пусть известны составляющие напряженностей ПП волны:

$$E_{\xi}^0 = F_1(\xi_0, \eta_0, z, \omega) / h_0, E_{\eta}^0 = F_2(\xi_0, \eta_0, z, \omega) / h_0, \quad (1.138)$$

где для цилиндрических координат, заданных равенством

$$\xi_0 + i\eta_0 = f(x + iy), \quad (1.139)$$

учтены коэффициенты Ламе:  $h_{\xi} = h_{\eta} = h_0$ ,  $h_{\zeta} = h_z = 1$ . Составляющие напряженностей новой волны есть

$$E_{\xi} = F_1(\xi, \eta, \zeta, \omega h_{\zeta C}) / h, E_{\eta} = F_2(\xi, \eta, \zeta, \omega h_{\zeta C}) / h, \quad (1.140)$$

где  $h_{\xi} = h_{\eta} = h$ , а константа  $h_{\zeta C}$  входит в характеристику неоднородного равнопроницаемого МД

$$\alpha = h_{\zeta C} / h_{\zeta}(\xi, \eta, \zeta), \quad (1.141)$$

зависящую от коэффициента Ламе  $h_{\zeta}$  продольной координаты. Поперечные координаты для (1.140) определяются формулами

$$\begin{aligned} \xi + i\eta &= f[r^2(x + iy) / \rho^2] \text{ (СБII) }, \\ \xi + i\eta &= f[(2\rho^2)^{-1}(r^2 - a^2 + \sqrt{(r^2 - a^2)^2 + 4a^2\rho^2})(x + iy)] \text{ (СБIV) }, \\ \xi + i\eta &= f[z + i\rho], \quad \rho > 0 \text{ (ПБII) }, \\ \xi + i\eta &= f[2a^2(x + iy) / (r^2 + a^2 + \sqrt{(r^2 + a^2)^2 - 4a^2\rho^2})], \rho < a \text{ (СБIII) }. \end{aligned} \quad (1.142)$$

Правило соответствия границ, поясненное с помощью рис.1.20, действует, если в (1.139), (1.142) используется одна и та же функция  $f$  комплексного переменного.

Укажем еще обобщение аналогии, когда в характеристику проницаемостей введена по сравнению с (1.141) дополнительная зависимость от продольной координаты  $\zeta$ :

$$\alpha = \alpha_0(\zeta) h_{\zeta C} / h_{\zeta}(\xi, \eta, \zeta). \quad (1.143)$$

Вместо формул (1.140) теперь действуют равенства

$$E_{\xi} = F_1(\xi, \eta, \int \alpha_0 d\zeta, \omega h_{\zeta C}) / h, E_{\eta} = F_2(\xi, \eta, \int \alpha_0 d\zeta, \omega h_{\zeta C}) / h. \quad (1.144)$$

Для иллюстрации простоты предложенной аналогии получим с ее помощью выражения для напряженностей плоскоосевой Т-волны, вращающейся между двумя металлическими цилиндрами (рис.1.21,а), когда в (1.143) функция проницаемостей МД  $\alpha_0$  имеет вид, изображенный на рис.1.21,б, т.е. при

$$\alpha(\rho, \varphi) = \alpha_0(\varphi) a / \rho. \quad (1.145)$$

Аналогом - ПП волной является простейшая волна между плоскостями (рис.1.21,в) с напряженностями

$$E_y = E_0 e^{-jk_0 z} = -Z_0 H_x,$$

отвечающими формулам (1.138). В соответствии с (1.142), (1.144) имеем для плоскоосевой Т-волны по рис.1.21,а:

$$E_y = -Z_0 H_z = \begin{cases} E_0 \exp[-jk_0 a_1 \varphi], & 0 < \varphi < \varphi_1; \\ E_0 \exp[-jk_0 a_2 \varphi - jk_0 \varphi_1 (a_1 - a_2)], & \varphi_1 < \varphi < \varphi_2; \\ E_0 \exp[-jk_0 a_2 \int_{\varphi_2}^{\varphi} \alpha_3 d\varphi - jk_0 (\varphi_1 a_1 + \varphi_2 a_2 - a_2 \varphi_1)], & \varphi_2 < \varphi < \pi. \end{cases}$$

Усложнение вида зависимости (1.145) по сравнению с выражением (1.121) не нарушает условий одинаковости импеданса волны при всех углах  $\varphi$ , т.е. Т-волна переходит через границы  $\varphi = \varphi_1$ ,  $\varphi = \varphi_2$  без отражения.

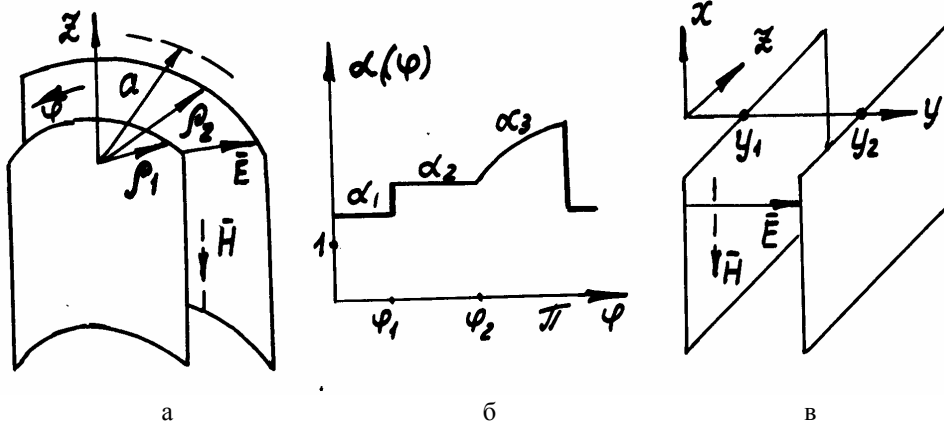


Рис.1.21. Плоскоосевая волна между двумя цилиндрами (а) в МД с проницаемостями по (б) и ее расчетный аналог (в)

## 1.5. Квазисогласованные среды

1.5.1. Дадим прежде всего необходимые определения. Предыдущие параграфы были посвящены средам, которые в силу равенства

$$\epsilon_r(x, y, z) = \mu_r(x, y, z) = \alpha(x, y, z) \quad (1.146)$$

носили название равнопроницаемых МД, либо в соответствии с уравнением

$$Z = \sqrt{\mu / \epsilon} = Z_0 = 120\pi \quad (1.147)$$

назывались изоимпедансными. В данном параграфе излагаются принципы перенесения полученных результатов на среды, определяемые уравнениями

$$\epsilon_r(x, y, z) = \alpha(1 - a), \quad \mu_r(x, y, z) = \alpha(1 + a) \quad (1.148)$$

что дает для импеданса

$$Z = \sqrt{\mu / \epsilon} = Z_0 \sqrt{(1 + a) / (1 - a)}. \quad (1.149)$$

Если для стоящего в (1.148), (1.149) параметра  $a$  допускать зависимость от координат, то будет рассматриваться поле в произвольной изотропной среде, поскольку с по-

мощью (1.148) лишь производится переобозначение - замена функций  $\epsilon_r, \mu_r$  на две другие  $(\alpha, a)$ , связанные с ними равенствами

$$\alpha = (\epsilon_r + \mu_r)/2, \quad a = (\mu_r - \epsilon_r)/(\mu_r + \epsilon_r). \quad (1.150)$$

Надо исключить из рассмотрения такой произвол, поэтому в дальнейшем под  $a$  будем понимать параметр, не зависящий от координат  $x, y, z$ . При этом формула (1.149) выражает, по-прежнему, условие независимости импеданса среды от координат.

Во многих случаях параметр  $a$  удобно полагать малой величиной:

$$|a| \ll 1, \quad (1.151)$$

что, в частности, упрощает выражение (1.149):

$$Z \approx Z_0(1+a). \quad (1.152)$$

Очевидно, что равенства (1.148), (1.149) переходят в (1.146), (1.147) при  $a \rightarrow 0$ . Итак, квазисогласованная среда определена с помощью соотношений (1.148), (1.151), (1.152) как среда, наиболее близкая по поведению в электромагнитном поле к равнопроницаемому (изоимпедансному) МД. Для теории это дает возможность учесть параметр малости  $a$  и перенести ранее полученные результаты на квазисогласованные среды. Для практики важно, что структуры новых электромагнитных полей недалеко «уходят» от полей в согласованных средах, когда обеспечивались многие полезные свойства: широкополосность, минимум реактивной энергии, минимум требований к электрической прочности и т.п.

1.5.2. Применительно к задачам о плоскостойких средах укажем особенности учета параметров малости  $a_n$  в формулах для коэффициентов отражения (1.1), (1.9), (1.18), коль скоро согласно (1.152) величина  $a_n$  входит в относительный импеданс слоя

$$z_n = Z_n/Z_0 = 1 + a_n. \quad (1.153)$$

Величины  $z_n$  фигурируют в формулах Френеля, если наблюдается нормальное падение волны. При наклонном падении волны используются [8,9] импедансы при перпендикулярной поляризации  $z_{n\perp} = z_n / \cos \theta_n$  либо импедансы  $z_{n\parallel} = z_n \cos \theta_n$  при параллельной поляризации. Для изоимпедансной стопы слоев все  $z_n = 1$  и в формулах (1.1), (1.9), (1.18) для коэффициентов отражения  $R$  участвовали только  $C_n = \cos \theta_n$ . Если теперь рассматривать случай квазисогласованной среды, когда в (1.153)  $a_n \neq 0$ , то два коэффициента отражения  $R_\perp, R_\parallel$  находятся по  $R$  с помощью простой подстановки. А именно, при перпендикулярной поляризации имеем  $R_\perp$  по  $R$ , если вместо  $C_n$  использовать  $C_n/(1+a_n)$ . Коэффициент отражения  $R_\parallel$  находится по  $R$ , если вместо  $C_n$  подставить  $C_n(1+a_n)$ . Например, при падении волны из воздуха на границу квазисогласованного полупространства имеем по (1.1):

$$R_\perp = \frac{C_1(1+a_2) - C_2}{C_1(1+a_2) + C_2}, \quad R_\parallel = \frac{-C_2(1+a_2) + C_1}{C_2(1+a_2) + C_1}. \quad (1.154)$$

Параметр малости  $a$  на фазовую скорость плоской волны почти не влияет:  $v = c_0 / \alpha \sqrt{1 - a^2} \approx c_0 / \alpha$ , что позволяет использовать для волн те же фазовые множи-



тели, что и ранее. Поэтому формулы Снеллиуса типа (1.2), (1.10) остаются применимыми и к многослойной среде, когда материал  $n$ -го слоя является квазисогласованным. Иными словами, пренебрегаем влиянием  $a_n$  на выражения  $C_n$  относительно угла падения.

Концепцию слабого рассогласования за счет  $a_n \neq 0$  полезно использовать в нескольких ситуациях. Во-первых, таким путем можно учитывать влияние технологических неточностей по выполнению равенства между  $\epsilon_r$  и  $\mu_r$  при изготовлении равнопроницаемых МД. Относительное различие между  $\epsilon_r$  и  $\mu_r$  согласно (1.150) определяет величину  $a$ . Во-вторых, слабое рассогласование будет полезным эффектом при создании плавных согласующих переходов, устройств угловой селекции проходящих волн. Наконец, с помощью параметра малости  $a$  можно приносить в ранее полученные результаты учет малых потерь энергии. Так, если комплексные проницаемости представить в виде  $\epsilon_c = (\epsilon'_r - j\epsilon''_r)\epsilon_0$ ,  $\mu_c = (\mu'_r - j\mu''_r)\mu_0$ , то при выполнении условий малости потерь

$$\epsilon''_r \ll \epsilon'_r, \quad \mu''_r \ll \mu'_r \quad (1.155)$$

имеем по (1.150):

$$\alpha = \epsilon'_r = \mu'_r, \quad a = j(\epsilon''_r - \mu''_r) / 2\alpha. \quad (1.156)$$

Согласно (1.156) параметр  $\alpha$  остается действительным числом, но малый параметр  $a$ , являясь мнимым числом, обуславливает по формулам (1.154) комплексный характер коэффициентов отражения.

Заметим, что для создания поглощающих покрытий находят применение «черные» среды (см. гл. 2) с противоположными по отношению к (1.155) неравенствами, когда  $\alpha = j\epsilon''_r = j\mu''_r$ ,  $a = 0$ . К указанному сильно поглощающему «черному» материалу неприменимы результаты, полученные для непоглощающего МД. Это обусловлено противоположным назначением таких сред: «черный» материал должен прекратить перенос энергии волной, а равнопроницаемый МД обеспечивает режим полного пропускания энергии.

## 1.6. О реализации изоимпедансных сред

1.6.1. Диэлектрическую и магнитную проницаемости среды можно определить двумя способами: а) по поведению среды в квазистатическом электрическом или магнитном поле, б) с предварительным нахождением параметров волнового процесса - волнового числа и импеданса. По первому из них измеряется поляризованность вещества в электрическом поле, а намагниченность в магнитном поле, после чего имеем:

$$\epsilon_r = 1 + P / E\epsilon_0, \quad \mu_r = 1 + M / H\mu_0. \quad (1.157)$$

По второму способу предполагается, что в среде вдоль координаты  $S$  распространяется волна, имеющая для поперечных составляющих напряженностей представление

$$E_{\perp} = E_m(\xi, \eta)e^{j(\omega t - h_{zc}\beta\xi)}, \quad Z_C H_{\perp} = E_m(\xi, \eta)e^{j(\omega t - h_{zc}\beta\xi)}, \quad (1.158)$$

где  $\beta$  - продольное волновое число,  $Z_C$  - волновое сопротивление среды для этой волны. В частности, в однородной среде волна бежит вдоль прямой  $z$ . По аналогии с формулами

$$Z_C = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}, \quad \beta / \omega = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}, \quad (1.159)$$

действующими для поля в вакууме, можно записать и для поля в среде соответствующие связи между проницаемостями:

$$Z_C = \sqrt{\mu/\epsilon}, \quad \beta/\omega = \sqrt{\mu\epsilon}. \quad (1.160)$$

Из (1.158) - (1.160) получаем расчетные формулы  $\epsilon_r = n/z_C$ ,  $\mu_r = nz_C$ , где коэффициент преломления  $n$  и относительный импеданс известны, если найдены напряженности поля (1.158):  $n = c_0\beta/\omega$ ,  $z_C = E_{\perp}/H_{\perp}Z_0$ .

Природой не создана среда - равнопроницаемый МД с  $\alpha > 1$ , поэтому нужно развивать принципы композиционного построения таких волновых материалов.

Первый путь состоит в комбинировании двух сортов частиц - диэлектрика и ферромагнетика. Многочисленные технологические приемы материаловедов тут могут дать интересные технические решения проблемы создания равнопроницаемых МД.

Второй путь развивает [4] известные идеи [17] о искусственном воспроизведении диэлектрика с помощью множества металлических шариков (электрических диполей) путем дополнительной реализации магнитных диполей в виде рамок с током, нагруженных на емкости.

Третий путь, представленный ниже в данном параграфе, состоит в использовании композиционных материалов из фабрично изготавливаемых диэлектрических и магнитных пластин (стержней). Здесь идеология волнового представления электромагнитного воздействия, в отличие от первых двух путей, является основной.

Отдельно, в третьей главе, рассмотрен четвертый путь - реализация эквивалентной цепной структуры, воспроизводящей волновой процесс, который имел бы место в равнопроницаемом МД.

1.6.2. Рассмотрим возможности создания пластинчатого композиционного материала, который по своим свойствам был бы близок к изоимпедансному МД. На рис.1.22,а представлена многослойная конструкция из чередующихся магнитных и диэлектрических пластин толщиной  $h$  (областей  $D_{\mu}, D_{\epsilon}$ ). Существенно, что диэлектрические пластины имеют  $\epsilon_r = \alpha$ ,  $\mu_r = 1$ , а магнитные пластины характеризуются проницаемостями  $\epsilon_r = 1$ ,  $\mu_r = \alpha$ . Перпендикулярно к плоскости рисунка, в направлении оси  $z$ , может распространяться плоская волна с напряженностями

$$\bar{E}_1 = \bar{x}_0 A_1 F_1 e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}}, \quad Z_0 \bar{H}_1 = \bar{y}_0 A_1 \Phi_1 e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}}, \quad (1.161)$$

где

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}, \quad F_1(x) = \begin{cases} 1/\alpha, & D_{\epsilon}; \\ 1, & D_{\mu}. \end{cases} \quad (1.162)$$

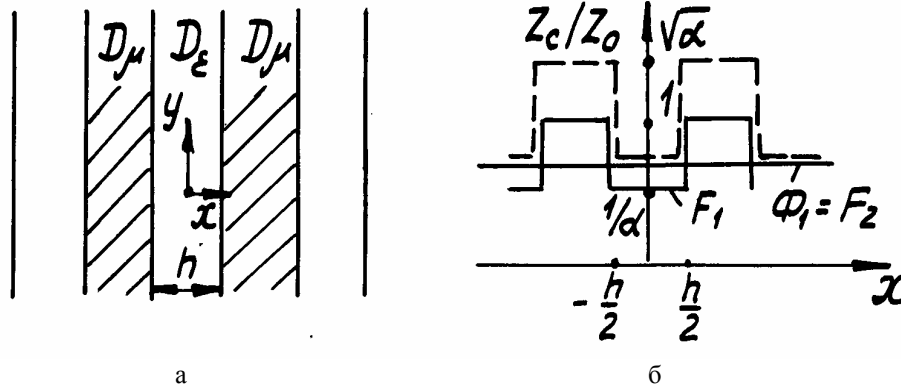


Рис.1.22. Композиция диэлектрических и магнитных пластин (а), характеристики волны как функции поперечной координаты (б)

За счет кусочно-постоянного вида функций (1.162) обеспечивается выполнение уравнений Максвелла в областях  $D_\mu, D_\epsilon$ . На границах  $x=\pm h/2$  соблюдается непрерывность касательного вектора магнитной напряженности и должный разрыв нормального вектора электрической напряженности. Традиционное определение волнового сопротивления дает кусочно-постоянную функцию

$$\frac{Z_C}{Z_0} = \begin{cases} 1/\sqrt{\alpha}, & D_\epsilon; \\ \sqrt{\alpha}, & D_\mu. \end{cases} \quad (1.163)$$

Кроме напряженностей (1.161), описывающих волну с горизонтальной поляризацией, укажем выражения для напряженностей вертикально поляризованной волны:

$$\bar{E}_2 = -\bar{y}_0 A_2 F_2 e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}}, Z_0 \bar{H}_2 = \bar{x}_0 A_2 \Phi_2 e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}}, \quad (1.164)$$

где 
$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}, \quad \Phi_2(x) = \begin{cases} 1, & D_\epsilon; \\ 1/\alpha, & D_\mu. \end{cases} \quad (1.165)$$

При этом для относительного импеданса остается в силе прежняя зависимость (1.163). Функции (1.162), (1.163), (1.165) графически представлены на рис.1.22,б.

Возможен и волновой процесс в виде суммы волн с напряженностями (1.161), (1.164):

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \bar{E}_m e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}}. \quad (1.166)$$

Поляризация волны (1.166) будет различна в областях  $D_\mu, D_\epsilon$ . Если в  $D_\epsilon$  вектор  $\bar{E}$  по отношению к оси  $u$  наклонен под углом

$$\varphi_\epsilon = \arctg(A_1 / A_2 \sqrt{\alpha}),$$

то в области  $D_\mu$  имеем угол наклона

$$\varphi_\mu = \arctg(A_1 \sqrt{\alpha} / A_2).$$

В разных областях различна и амплитуда вектора (1.166)

$$E_m = \begin{cases} \sqrt{A_1^2 / \alpha^2 + A_2^2 / \alpha}, & D_\epsilon; \\ \sqrt{A_1^2 + A_2^2 / \alpha}, & D_\mu. \end{cases} \quad (1.167)$$

По сравнению с амплитудой напряженности плоской волны в вакууме  $E_m = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  наблюдается уменьшение амплитуды (1.167) в  $D_\mu$  и сильное уменьшение в  $D_\epsilon$ .

Теперь можно усложнить задачу и ввести дополнительную границу  $z=0$  между воздухом ( $z<0$ ) и представленной на рис.1.22,а структурой, которая занимает полупространство  $z>0$ . В воздухе кроме первичной волны

$$\bar{E}^0 = \bar{x}_0 e^{-jk_0 z}, Z_0 \bar{H}^0 = \bar{y}_0 e^{-jk_0 z} \quad (1.168)$$

будет наблюдаться вторичное поле

$$E^R = R_0 e^{jk_0 z} + \sum_{m=0}^{\infty} R_{2m+1} e^{z\beta_{2m+1}} \cos[(2m+1)\pi x / h], \quad (1.169)$$

$$Z_0 H^R = -R_0 e^{jk_0 z} - (1/jk_0) \sum_{m=0}^{\infty} R_{2m+1} \beta_{2m+1} e^{z\beta_{2m+1}} \cos[(2m+1)\pi x / h], \quad (1.170)$$

состоящее из одной отраженной волны с амплитудой  $R_0$  и затухающих волн, для которых

$$\beta_{2m+1} = \sqrt{\pi^2 (2m+1)^2 h^{-2} - k_0^2} \approx \pi(2m+1) / h. \quad (1.171)$$

В слоистом полупространстве при  $z > 0$  имеем

$$E^T = T_0 F_1 e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}} + F_1 \sum_{m=0}^{\infty} T_{2m+1} e^{-Z_{2m+1}} \cos[(2m+1)\pi x / h], \quad (1.172)$$

$$Z_0 H^T = T_0 \frac{1}{\sqrt{\alpha}} e^{-jk_0 z \sqrt{\alpha}} + \frac{1}{j\alpha k_0} \sum_{m=0}^{\infty} T_{2m+1} \gamma_{2m+1} e^{-Z_{2m+1}} \cos[(2m+1)\pi x / h], \quad (1.173)$$

где 
$$\gamma_{2m+1} = \sqrt{\pi^2 (2m+1)^2 h^{-2} - \alpha k_0^2} \approx \pi(2m+1) / h. \quad (1.174)$$

Действительный характер чисел (1.171), (1.174) будет при

$$h < \lambda_0 / 2\sqrt{\alpha} > \lambda_0 / 2. \quad (1.175)$$

Постановка задачи подразумевает минимальную роль высших типов волн в (1.169), (1.179), (1.172), (1.173). чтобы действие пластинчатой среды при отходе от границы  $z=0$  можно было выразить с помощью  $R_0, T_0$ . Поэтому при  $z=0$  подстановка (1.168) - (1.170), (1.172), (1.173) в граничные условия производится с участием лишь  $R_0, T_0, R_1, T_1$ . Имеем два уравнения

$$1 + R_0 - T_0 F_1 = (F_1 T_1 - R_1) \cos(x\pi / h), \quad (1.176)$$

$$jk_0(1 - R_0 - T_0 / \sqrt{\alpha}) = (R_1 \beta_1 + T_1 \gamma_1 / \alpha) \cos(x\pi / h). \quad (1.177)$$

Равенство (1.176) можно приближенно удовлетворить, поскольку по (1.162) функция  $F_1$  зависит от  $x$ . Но уравнение (1.177) может быть выполнено, если

$$R_1 = -T_1 \sigma, \quad \sigma = \alpha^{-1} \sqrt{(1 - 4\alpha h^2 / \lambda_0^2) / (1 - 4h^2 / \lambda_0^2)}. \quad (1.178)$$

Рассматривая (1.176) при  $x=0$  и  $x=h$ , а также подставляя (1.178) в (1.177), имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} 1 - R_0 - T_0 / \sqrt{\alpha} &= 0, & 1 + R_0 - T_0 / \alpha &= T_1(\sigma + 1/\alpha), \\ 1 + R_0 - T_0 &= -T_1(1 + \sigma). \end{aligned} \quad (1.179)$$

Решение системы (1.179) дает

$$R_0 = \frac{f-1}{f+1}, \quad f = \frac{\sqrt{\alpha} / (1 + \alpha\sigma) + \sqrt{\alpha} / (1 + \sigma)}{\alpha / (1 + \alpha\sigma) + 1 / (1 + \sigma)}. \quad (1.180)$$

Для тонких пластин, когда неравенства (1.175) усиливаются до вида

$$h \ll \lambda_0 / 2\sqrt{\alpha}, \quad (1.181)$$

имеем по (1.178)  $\sigma=1/\alpha$  и из (1.180):

$$f = [\sqrt{\alpha} / 2 + \sqrt{\alpha} / (1 + 1/\alpha)] / [\alpha / 2 + 1 / (1 + 1/\alpha)]. \quad (1.182)$$

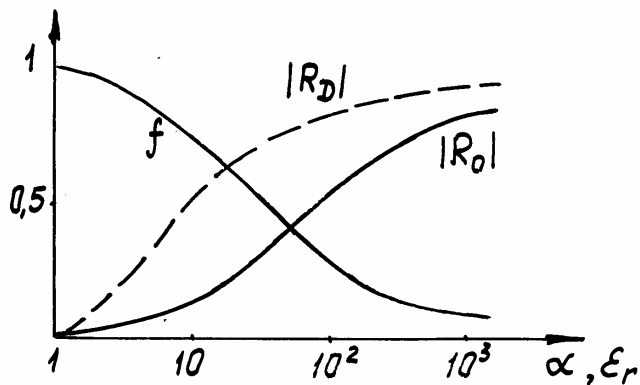


Рис.1.23. Коэффициенты отражения от пластинчатого МД и немагнитного диэлектрика

Заметим, что с ростом  $\alpha$  согласно (1.181) должна уменьшаться толщина пластин. Функция (1.182) медленно спадает от единицы до нуля (рис.1.23). По допустимому значению коэффициента отражения находится предельный параметр  $\alpha$ . Ясно, что слоистая композиционная структура отражает меньше, чем однородный диэлектрик с  $\epsilon_r = \alpha$ . Например, если диэлектрик с  $\epsilon_r = 9$  согласно рис.1.5,а дает  $R_0 \approx -0,5$ , то слоистый МД с  $\alpha = 9$  создаст по (1.180) отра-

женную волну с относительной амплитудой  $R_0 \approx -0,12$ , ибо по (1.182) имеем  $f = 0,78$ . Штриховой линией на рис.1.23 указана характеристика отражения от диэлектрика  $|R_D|$ , построенная по (1.7) при  $\theta_1 = 0$ . Выигрыш от использования слоистого МД вместо диэлектрика особенно заметен при  $\alpha \leq 100$ .

1.6.3. Воспользуемся известной аналогией [9] между задачами акустики и электродинамики и затронем проблему создания изоимпедансных акустических материалов. Магнитной проницаемости соответствует плотность вещества  $m$ , а диэлектрической проницаемости - удельная сжимаемость  $\chi$  ( $1/\chi = \sigma$  - удельная упругость). Поэтому импеданс плоской акустической волны определяется по формуле  $Z = \sqrt{m/\chi} = \sqrt{m\sigma}$ . Требование совпадения импедансов двух сред приводит к равенству

$$m(x,y,z)/m_0 = \sigma_0/\sigma(x,y,z). \quad (1.183)$$

Так, если в электродинамической задаче проницаемости цилиндрического МД соответствовали (1.121), то в акустическом варианте необходимо иметь выполнение равенств

$$m/m_0 = \sigma_0/\sigma = a/\rho. \quad (1.184)$$

Согласно (1.184) увеличение плотности с приближением к оси  $\rho = 0$  должно сопровождаться уменьшением упругости. В природе трудно найти среду с таким сочетанием свойств: чем тяжелее среда, тем она больше сжимается. Весьма далеки друг от друга акустические импедансы различных материалов. Так, импедансы твердых тел на порядок больше, чем у жидкостей. Последние же имеют импеданс на три порядка выше, чем у газов.

Если, например, у железа и воздуха отношение плотностей есть  $m/m_0 \approx 7 \cdot 10^3$ , то упругость воздуха по отношению к упругости железа очень мала:  $\sigma_0/\sigma \approx 7 \cdot 10^{-7}$ . На границе железо-воздух вместо совпадения по (1.183) этих относительных параметров наблюдается отличие на десять порядков, т.е. импедансы этих сред отличаются на пять порядков. Из изложенного ясно, что для изготовления изоимпедансных акустических сред необходимо разработать специальные методы композиции.

Обратимся к механической модели элементарного объема среды. Обычно в теории колебаний и волн такой моделью является осциллятор, состоящий из шарика с прикрепленной к нему пружинкой. Масса шарика воспроизводит плотность среды, а упругость

пружины - упругость среды. Размещение группы шариков на горизонтальном стержне с пружинками между ними позволяет моделировать процесс возбуждения среды в виде упругой бегущей волны. Модель изоимпедансной среды выполняется с учетом (1.183). Если шарики имеют массы по возрастающей ( $m_1 < m_2 < m_3 \dots$ ), то пружины должны иметь упругости с противоположным поведением ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \dots$ ). Иными словами, самые легкие шарики связаны между собой наиболее жестко, а самые тяжелые - с помощью наиболее слабой пружины. На основе указанной модели в виде цепочки осцилляторов и можно создавать изоимпедансные акустические среды.

1.6.4. Методы реализации сред, воспроизводящих распространение волны в изоимпедансном МД, условно разбиваются на четыре группы.

1. Первая группа включает в себя использование технологических приемов материаловедения для поточечного выполнения равенства  $\epsilon_r = \mu_r$  путем композиции диэлектрических и ферромагнитных частиц.

2. Ко второй группе можно отнести предложения [4] по комбинации малых металлических шариков и рамок (с емкостями) для искусственной реализации изоимпедансного МД.

3. Третья группа содержит методы построения многослойных МД из готовых изделий - диэлектрических и ферромагнитных пластин.

4. В четвертую группу входят методы цепной реализации металловоздушной изоимпедансной структуры, раскрытые ниже в гл.3. Эти методы являются многообещающими, ибо в отличие от предыдущих, их можно использовать на всех радиотехнических частотах, вплоть до  $10^{15}$  Гц. Кроме того, имеется возможность воспроизводить не только замедление Т-волн, когда  $\alpha > 1$ , но и ускорение (замедление) Е, Н-волн, когда  $\alpha < 1$  ( $\alpha > 1$ ).

## ГЛАВА 2. ПРИНЦИПЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛНОПРОЗРАЧНЫХ СРЕД

### 2.1. Погружение устройств в равнопроницаемый однородный магнитоэлектрик

2.1.1. Равнопроницаемый однородный МД с  $\alpha=\alpha_c=\text{const}$  для плоской волны является средой, изменяющей, по сравнению с воздухом, волновое число, длину волны и фазовую скорость:  $k=k_0\alpha_c$ ,  $\lambda=\lambda_0/\alpha_c$ ,  $v=c_0/\alpha_c$ . Однако при этом структура волны остается прежней. Для практики важно знать, что происходит со сложным электромагнитным полем некоторого устройства, если его погрузить не в воздух, а в равнопроницаемый МД с  $\alpha_c>1$ . Данный параграф дает ответы на соответствующие вопросы: 1) как изменить геометрию граничных поверхностей, чтобы сохранить неизменной структуру поля и, как следствие, электрические характеристики устройства? 2) как изменится структура поля, если при погружении сохраняется неизменной геометрия границ?

Поскольку первый вопрос возникает при миниатюризации устройств, то соответствующая теорема названа теоремой миниатюризации (п.2.1.2.). Вторая теорема является теоремой подобия (п.2.1.3.), ибо она определяет условия записи выражений для напряженностей полей по формулам подобия функций.

Предварительно рассмотрим особенности математических моделей двух сравниваемых граничных задач - для воздуха и для МД. Исходная задача для устройства в воздухе состоит из уравнений Максвелла

$$\text{rot}\bar{M}^0 = jk_0\bar{E}^0, \quad \text{rot}\bar{E}^0 = -jk_0\bar{M}^0, \quad (2.1)$$

где 
$$\bar{M}^0 = Z_0\bar{H}^0, \quad k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2\pi/\lambda_0,$$

а также граничного условия

$$\bar{E}^0 \times \text{grad}f_0 = 0 \quad (2.2)$$

на поверхности идеального проводника с уравнением

$$f_0(x, y, z, a_n^0) = 0. \quad (2.3)$$

В формуле (2.3) параметры  $a_n^0$  обобщенно отражают участие в уравнении поверхности таких ее размеров как ширина, высота, радиус и т.п. Сложную геометрию элементов реального устройства обычно удается описать только с помощью кусочно-аналитического задания функции в (2.3). Так, для плоского, цилиндрического или сферического участков можно использовать соответственно представления:

$$\begin{aligned} f_0 &= C_1x + C_2y + C_3z + a_1^0, & f_0 &= (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 - (a_2^0)^2, \\ f_0 &= (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 - (a_3^0)^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

При погружении устройства в равнопроницаемый МД действуют уравнения Максвелла

$$\alpha_c^{-1}\text{rot}\bar{M} = jk_0\bar{E}, \quad \alpha_c^{-1}\text{rot}\bar{E} = -jk_0\bar{M}, \quad (2.5)$$

а граничное условие

$$\bar{E} \times \text{grad}f = 0 \quad (2.6)$$

имеет место на поверхности проводника с уравнением

$$f(x,y,z,a_n)=0. \quad (2.7)$$

Предстоит установить соответствие между решением первой граничной задачи (2.1) - (2.3) вида

$$\bar{E}^0 = \bar{F}^0(x,y,z,a_n^0), \quad \bar{H}^0 = \bar{M}^0 / Z_0 = \bar{\Phi}^0(x,y,z,a_n^0) \quad (2.8)$$

и решением второй граничной задачи (2.5) - (2.7)

$$\bar{E} = \bar{F}(x,y,z,a_n), \quad \bar{H} = \bar{M} / Z_0 = \bar{\Phi}(x,y,z,a_n). \quad (2.9)$$

2.1.2. Теорема миниатюризации имеет формулировку: применение вместо воздуха равнопроницаемого МД с  $\alpha_c > 1$  и уменьшение геометрических размеров устройства в  $\alpha_c$  раз ( $a_n = a_n^0 / \alpha_c$ ) сопровождается сохранением для напряженностей полей прежних функциональных зависимостей, но относительно новых координат:

$$\bar{E} = \bar{F}^0(X,Y,Z,a_n^0), \quad \bar{H} = \bar{\Phi}^0(X,Y,Z,a_n^0), \quad (2.10)$$

где

$$X = \alpha_c x, \quad Y = \alpha_c y, \quad Z = \alpha_c z.$$

Следствие: При увеличении проницаемостей среды в  $\alpha_c$  раз с одновременным уменьшением в  $\alpha_c$  раз размеров элементов проводящих границ остаются неизменными те электрические характеристики устройства, которые являются функциями частоты и относительных параметров  $a_n^0 / a_1^0$ .

При доказательстве теоремы прежде всего заметим, что уменьшение размеров в  $\alpha_c$  раз есть деформация граничной поверхности с уравнением (2.3) в граничную поверхность (2.7) с уравнением

$$f(x,y,z,a_n^0 / \alpha_c) = f_0(\alpha_c x, \alpha_c y, \alpha_c z, a_n^0) = 0. \quad (2.11)$$

Очевидно, что в уравнениях Максвелла (2.5) и в уравнениях (2.6), (2.11) можно внести константу  $\alpha_c$  в переменные  $X = \alpha_c x$ ,  $Y = \alpha_c y$ ,  $Z = \alpha_c z$ , ввиду чего граничная задача (2.5) - (2.7) по переменным  $X, Y, Z$  имеет тот же вид, что и задача (2.1) - (2.3) по переменным  $x, y, z$ .

Миниатюризация устройства в соответствии с (2.11) наглядно демонстрируется смещением плоского участка границы, уменьшением радиуса цилиндра или сферы, если подставить (2.4) в (2.11) и иметь для участков новой границы:

$$\begin{aligned} 0 &= C_1 x + C_2 y + C_3 z + a_1^0 / \alpha_c, 0 = (x - x_0 / \alpha_c)^2 + (y - y_0 / \alpha_c)^2 - (a_2^0 / \alpha_c)^2, \\ 0 &= (x - x_0 / \alpha_c)^2 + (y - y_0 / \alpha_c)^2 + (z - z_0 / \alpha_c)^2 - (a_3^0 / \alpha_c)^2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Переход от (2.8) к (2.10) не изменяет такие электрические характеристики устройства как входное сопротивление, характеристика направленности излучения и т.п., зависящие обычно от отношений геометрических параметров  $a_n^0 / a_1^0$ , входящих в (2.4), а не от их абсолютных величин. Например, волновое сопротивление кабеля при воздушном заполнении определяется отношением радиусов, а после заполнения кабеля МД с  $\alpha_c > 1$  имеем согласно (2.12) прежнее отношение, хотя радиусы уменьшились в  $\alpha_c$  раз.



В соответствии с теоремой миниатюризации можно существенно уменьшать размеры при сохранении частотных характеристик таких устройств на отрезках длинных линий как фильтры, устройства сложения мощностей, мостовые устройства и т.п. Специально отметим особенности использования этой теоремы для антенн, которые сохраняют после погружения и укорочения прежнюю электрическую длину, ибо  $(l_0 / \alpha_c) / (\lambda_0 / \alpha_c) = l_0 / \lambda_0$ . В зависимости от величины  $l_0 / \lambda_0$  антенны можно разбить на четыре класса: 1) сверхбольшие, когда  $l_0 / \lambda_0 > 2,5$ ; 2) большие, когда  $2,5 > l_0 / \lambda_0 > 0,25$ ; 3) малые, когда  $0,25 > l_0 / \lambda_0 > 0,025$ ; 4) сверхмалые, если  $0,025 > l_0 / \lambda_0$ . Нерационально заниматься миниатюризацией сверхмалых антенн, которые могут излучать лишь за счет осциллирующих по длине вибратора токов и сильно реактивных плотностей энергии. Поэтому в дальнейшем не будем рассматривать погружение в МД высокодобротных антенн, обладающих эффектом «сверхнаправленности».

2.1.3. Для формулировки теоремы подобия полагаем, что до погружения устройство имело геометрические параметры  $a_n^0$ , а при погружении в МД с  $\alpha_c > 1$  также можно изменить в  $m$  раз величины этих параметров:  $a_n = a_n^0 / m$ . Тогда теорема подобия дает: после погружения устройства в равнопроницаемый МД с одновременным уменьшением в  $m$  раз размеров устройства напряженности поля определяются по формулам подобия

$$\bar{E} = \bar{F}^0(X, Y, Z, a_n^0 \alpha_c / m), \quad \bar{H} = \bar{\Phi}^0(X, Y, Z, a_n^0 \alpha_c / m).$$

**Следствие:** В условиях действия теоремы электрические характеристики устройства, которые являются функциями частоты и относительных параметров  $a_n^0 / a_1^0$ , остаются неизменными. Претерпевают изменения по закону подобия те характеристики, для которых важна величина нормирующего параметра  $a_1^0$ .

Доказательство этой теоремы заключается в сопоставлении задачи (2.1) - (2.3) и решения (2.8) с новой задачей (2.5) - (2.7), где используются переменные  $X, Y, Z$ , так что уравнение границы (2.7) есть:  $f(x, y, z, a_n^0 / m) = f(X, Y, Z, \alpha_c a_n^0 / m) = 0$ . Очевидно, что новая граничная задача формулируется в переменных  $X, Y, Z$ , поэтому ее решение получается по решению (2.8) задачи для поля в воздухе путем замен:  $x \rightarrow X, y \rightarrow Y, z \rightarrow Z, a_n^0 \rightarrow \alpha_c a_n^0 / m$ .

Например, если длина короткой штыревой антенны была  $l_0$  и напряженность электрического поля в воздухе есть

$$E^0 = Ck_0 l_0 r^{-1} \sin \theta e^{-jk_0 r},$$

то взяв антенну длиной  $l = l_0 / m$  и погрузив ее в МД, имеем

$$E = Ck_0 (l_0 \alpha_c / m) (r \alpha_c)^{-1} \sin \theta e^{-jk_0 \alpha_c r},$$

т.е. получаем поле излучения от штыревой антенны длиной  $l = l_0 / m$  в среде с волновым числом  $k = k_0 \alpha_c$ .

2.1.4. Нереальность погружения в неограниченный МД заставляет исследовать проблему выбора для МД границ входа и выхода, где происходит согласованный переход волны из воздуха в МД и снова в воздух. Общие принципы выбора клеммных гра-

ней в так называемой волновой области подробно описана в [3], которые теперь нужно дополнить особенностями учета «стыка» МД-воздух.

Очевидно, что плоская волна в фидере проходит плоскую границу воздух -МД без отражения. Несколько сложнее ситуация с выходом волны от антенны, погруженной в МД конечных размеров. В соответствии с данными параграфа 1.3 границу между МД и воздухом нужно делать сферической, выбирая  $r_0$  на основе приведенных там рекомендаций. Наиболее перспективным для практики будет выбор  $r_0$  достаточно малым, но при погружении слабонаправленных антенн, близких по свойствам к квазиизотропному излучателю. По этой причине, вероятно, следует отказаться от погружения в шаровой МД названных в п.2.1.2. сверхбольших антенн с остронаправленными характеристиками излучения.

Заметим, что давно известная идея погружения антенны в диэлектрик или даже магнетодиэлектрик [18] получает здесь принципиальной важности дополнения: а) среда должна быть равнопроницаемым МД, б) граница, через которую сферическая волна выходит из МД в воздух, должна быть сферической.

В качестве ориентира можно указать, что создание равнопроницаемого МД с  $\alpha=10^5$  позволит использовать четвертьволновый штырь размером 7,5 см для излучения электромагнитной энергии на частоте 10 кГц. Этот же материал обеспечивает эффективное излучение с частотой 50 Гц, если штырь будет длиной 15 м.

С учетом указанных рекомендаций по выбору фидерной и антенной энергограней, на рис.2.1,а представлено антенно-фидерное устройство, погруженное в МД. Для примера на рис.2.1,б изображен фильтр ОВЧ, погруженный в МД.

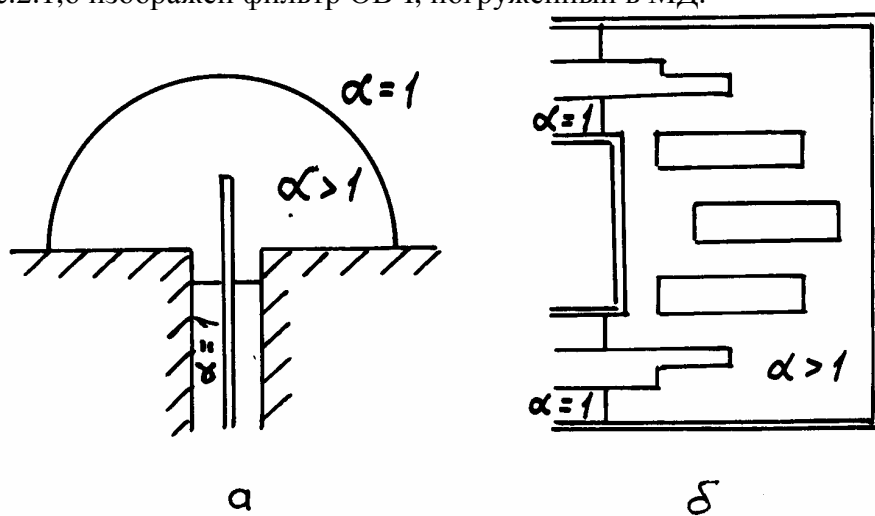


Рис.2.1. Погружение в равнопроницаемый МД антенно-фидерного устройства (а) и фильтра ОВЧ (б)

## 2.2. Составные полностью прозрачные среды

2.2.1. Плоскость как сфера бесконечно большого радиуса присутствует во всех четырех классах непараллельных фазовых фронтов новых волн (рис.1.20). Если совместить такой плоский фронт с фронтом обычной плоскопараллельной волны, то можно осуществить согласованную передачу энергии от одной волны к другой. Так формируется полностью прозрачная среда, направляющая волну по составной траектории, состоящей из отрезков прямых и окружностей. Прямые наблюдаются в однородных МД с  $\alpha=\alpha_c=\text{const}$ , а окружности - в неоднородном МД с проницаемостями по (1.141) или (1.143) с конкретизацией по (1.121), (1.122), (1.126), (1.129).

Практическая полезность составных плоско - сферических волн уже показана с помощью рис.1.16, 1.18, 1.19,б. Число же вариантов таких составных волн весьма велико. Если даже исключить из рассмотрения сферопараллельные волны, то для взаимных преобразований плоскопараллельных, плоскоосевых, сфероточечных, сфероосевых, бисферических волн только одних сочетаний имеем:  $C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 26$ . Могут представить интерес и варианты с перестановкой этих волн в цепочке преобразований.

Кроме совмещения плоских фронтов двух волн надо позаботиться об одинаковом распределении амплитуд на фронтах. Соответствие геометрии границ направляющих проводников обеспечивается при использовании рис.1.20 и формул (1.142). В дополнение к вариантам по рис.1.16, 1.18, 1.19,б рассмотрим еще примеры составных волн.

2.2.2. На рис.2.2,а изображены линии вектора Пойнтинга для составной волны, состоящей из сфероточечной и плоскоосевой волн, существующих соответственно в областях А,В с проницаемостями по (1.122), (1.121).

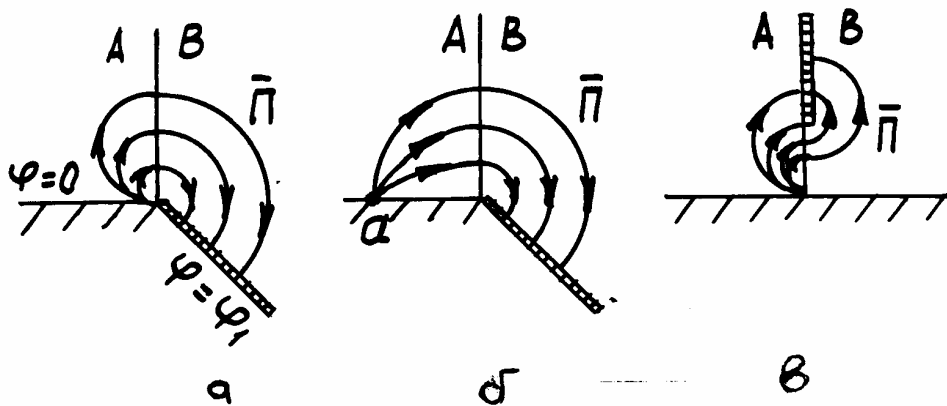


Рис.2.2. Составные волны: а) сфероточечная - плоскоосевая, б) бисферическая - плоскоосевая, в) сфероточечная - сфероосевая

Заштрихованная граница есть поверхность клина с двумя гранями: грань  $\varphi=0$  является идеально проводящей, а грань  $\varphi=\varphi_1$  покрыта слоем поглощающего материала. Указанная составная сферо - плоская волна может забирать энергию от точечного источника с тем, чтобы равномерно распределить ее по поглощающей полуплоскости. Заметим, что при  $\varphi_1=\pi/2$  область В для плоскоосевой волны исчезает.

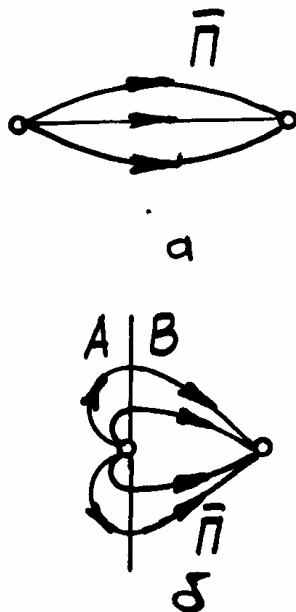


Рис.2.3. Бисферическая волна (а) и составная сфероточечная - бисферическая волна (б)

Если точечный источник энергии не должен находиться на ребре клина, то можно организовать составную волну по рис.2.2,б, когда в области А используется МД с проницаемостями по (1.129), а в области В - МД с проницаемостями по (1.121).

Передача энергии от точечного источника к двухсторонней поглощающей полуплоскости представлена на рис.2.2,в. Область А заполнена МД с проницаемостями (1.122), а в области В имеем для МД параметр (1.126).

На рис.2.3,а показана передача энергии от точки 1 к точке 2 бисферической волной в неограниченном МД с проницаемостями по (1.129). Составная сфероточечная - бисферическая волна переносит энергию по линиям вектора

Пойнтинга, представленными на рис.2.3,б. Для этого область А заполняется МД с проницаемостями (1.122), а область В - МД с проницаемостями (1.129).

2.2.3. Рассмотрим теперь более сложные составные волны, когда участвуют более двух волн. На рис.2.4 представлено устройство поворота плоскопараллельной Т-волны на произвольный угол. Переход из воздуха (области А) в МД с проницаемостями по (1.121) (область В), а затем опять в воздух (область С) везде является согласованным. Поэтому такой изгиб не создает излучения, что обычно имеет место, например, вблизи изгибов полосковых линий СВЧ. Области А,В,С,Д определены как области изменения углов:

$$\begin{aligned} (A) \quad 0 < \varphi < \pi/2, \quad (B) \quad \pi/2 < \varphi < \varphi_0 - \pi/2, \\ (C) \quad \varphi_0 - \pi/2 < \varphi < \varphi_0, \quad (D) \quad \varphi_0 < \varphi < 2\pi. \end{aligned}$$

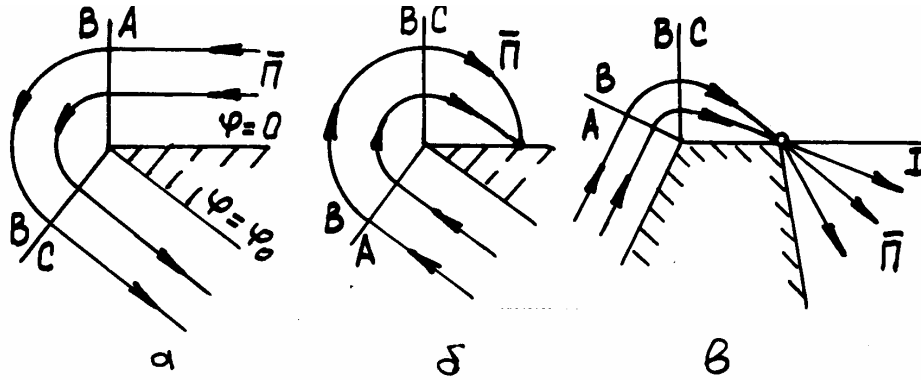


Рис.2.4. Сложные составные волны: а) плоскопараллельная - плоскооцевая - плоскопараллельная, б) плоскопараллельная - плоскооцевая - бисферическая, в) плоскопараллельная - плоскооцевая - бисферическая - сферопараллельная

В области D, занятой идеальным проводником, поле отсутствует. В области А имеем

$$\bar{E} = \bar{y}_0 E_0 e^{jk_0 x}, \quad \bar{H} = -\bar{z}_0 E_0 Z_0^{-1} e^{jk_0 x}. \quad (2.13)$$

В МД (область В), где поток энергии поворачивается, структура поля описывается формулами

$$\begin{aligned} \bar{E} &= E_0 (\bar{x}_0 \cos \varphi + \bar{y}_0 \sin \varphi) e^{-jk_0 a(\varphi - \pi/2)}, \\ \bar{H} &= -E_0 Z_0^{-1} \bar{z}_0 e^{-jk_0 a(\varphi - \pi/2)}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Наконец, в области С, занятой воздухом, имеем

$$\begin{aligned} \bar{E} &= E_0 (\bar{x}_0 \sin \varphi_0 - \bar{y}_0 \cos \varphi_0) e^{-jk_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)}, \\ \bar{H} &= -E_0 Z_0^{-1} \bar{z}_0 e^{-jk_0 (x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Итак, составная плоско - плоско - плоская волна описывается выражениями (2.13) - (2.15) для напряженностей электрического и магнитного полей.

Другой пример составной волны из плоскопараллельной, плоскооцевой и бисферической волн, представлен на рис.2.4,б.

Многократное преобразование волн иллюстрирует рис.2.4,в. Вначале плоскопараллельная волна в области А (воздух) скользит вдоль идеального проводника, поворачиваясь затем в области В, занятой МД с проницаемостями по (1.121). В области С, занятой МД с проницаемостями по (1.129), происходит фокусировка энергии в точку. Из этой точки, уже в области D, происходит излучение сферопараллельной волны в воздух.

2.2.4. Идеология составных фронтов может использоваться для анализа поворотного устройства в виде полуцилиндра из МД (рис.2.5,а). Плоская стенка полуцилиндра, на которую падает плоская волна с напряженностями

$$\vec{E}^0 = \bar{z}_0 E_0 e^{-jk_0 y}, \quad \vec{H}^0 = \bar{x}_0 Z_0^{-1} E_0 e^{-jk_0 y}, \quad (2.16)$$

имеет функцию проницаемости (1.121), представленную на рис.2.5,б. В МД полуцилиндре наблюдаются две плоскоосевых встречно бегущих волны:

$$\vec{E} = \bar{z}_0 E_0 (e^{-jk_0 a \varphi} + e^{jk_0 a (\varphi - \pi)}), \quad (2.17)$$

отмеченные на рис.2.5,а цифрами 1 и 2. Поверхность полуцилиндра состоит из освещенной плоской части  $\Gamma_0$  ( $y=0$ ) и теневой цилиндрической части  $\Gamma_1$ . На  $\Gamma_0$  амплитуда падающей волны есть  $E_0$ , а амплитуда развернутой волны согласно (2.17) равна  $E_0 e^{-jk_0 a \pi}$ . Поэтому, с определенной степенью идеализации, можно утверждать, что полуцилиндр отбрасывает упавшую на его плоскую стенку энергию, в основном, назад в виде плоского волнового пучка:

$$E^R = -Z_0 H = E_0 e^{-jk_0 a \pi} e^{jk_0 y} \Pi(x), \quad (2.18)$$

где

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1, & x^2 < a^2, \\ 0, & x^2 > a^2. \end{cases} \quad (2.19)$$

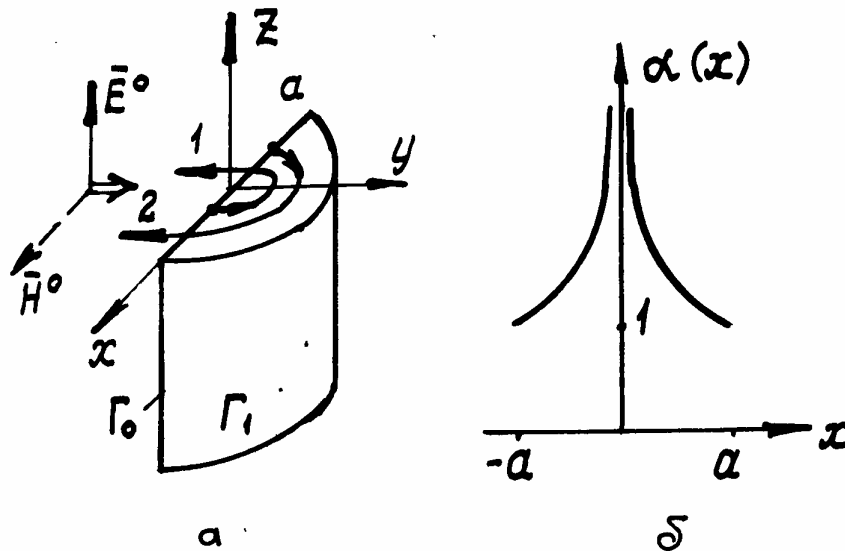


Рис.2.5. Устройство поворота волны (а) в полуцилиндре - МД с проницаемостями по б)

Конечно, такое описание поля, не противоречащее энергетике процесса, является приближенным, так как оно вводит представление об отраженном пучке с резкими границами по (2.19), а также и допущение о нулевом поле в области тени.

Полуцилиндр будет выступать в роли предельной магнитной стенки, если  $a=m\lambda_0/\pi$ , где  $m=1,2,\dots$ , когда при  $y=0$  имеем из (2.16), (2.18)  $E^0+E^R=2$ ,  $H^0+H^R=0$ . Если же для радиуса  $a$  выполняется равенство  $a=(2m-1)\lambda_0/2\pi$ , то полуцилиндр будет отражать как предельно диэлектрическая стенка, когда при  $y=0$  имеем  $E^0+E^R=0$ ,  $H^0+H^R=2$ .

## 2.3. Невидимые тела

2.3.1. Переходим к рассмотрению проблемы электромагнитного обнаружения тел, которые имеют два основных признака - геометрический и электрофизический. Наиболее общей является задача обнаружения тела конечных размеров (рис.2.6,а) и при конечных значениях электрофизических параметров вещества: комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\epsilon_c=\epsilon'-j\epsilon''$ ,  $\mu_c=\mu'-j\mu''$ . Интерес представляют также два частных случая: предельной геометрии, когда поверхность тела есть неограниченная плоскость(рис.2.6,б); предельных электрофизических параметров, когда  $\epsilon'\rightarrow\infty$  (имеем предельный диэлектрик или идеальный проводник) либо когда  $\mu'\rightarrow\infty$  (предельный магнетик).

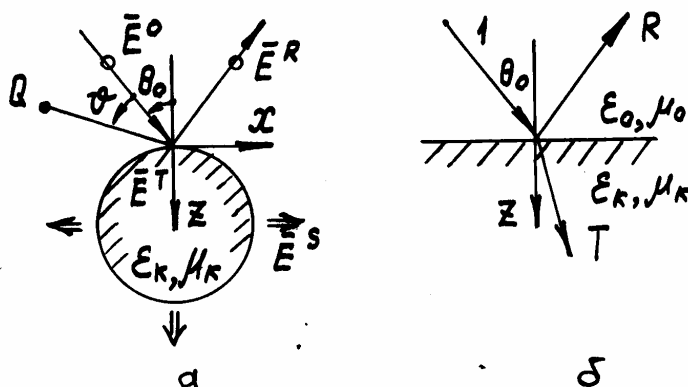


Рис.2.6. Обнаружение тел: а) конечных размеров, б) с неограниченной поверхностью

В зависимости от относительных размеров тела  $lk_0=2\pi l/\lambda_0$  различают обычно три задачи радиолокации [19], когда: 1)  $k_0 l \gg 1$ , 2)  $k_0 l \approx 1$ , 3)  $k_0 l \ll 1$ . Лишь в первом случае, когда длина волны гораздо меньше поперечного размера тела, можно не только обнаружить объект, но и «рассмотреть» детали его геометрической формы. Именно для этого случая коротковолновой радиолокации далее

будут исследованы возможности использования равнопроницаемого МД с целью уменьшения полей рассеяния.

Если прошедшее в тело поле обозначить как  $E^T$ , то поле в окружающем пространстве удобно представить в виде суммы первичной и отраженной волн (см.(1.43)), а также рассеянного поля:

$$\bar{E} = \bar{E}^0 + \bar{E}^R + \bar{E}^S.$$

Раздельное рассмотрение  $E^R$  и  $E^S$  необязательно, но целесообразно при проведении классификации вариантов обнаруживаемых тел (табл.2.1).

Таблица 2.1

тело	$E^R$	$E^S$	$E^T$	параметры
блестящее	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\epsilon \rightarrow \infty$ ( $\mu \rightarrow \infty$ )
видимое	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\mu_c = \mu_0$ , $\epsilon_c \approx -j\epsilon''$
«черное»	$\approx 0$	$\neq 0$	$\rightarrow 0$	$\epsilon_c/\epsilon_0 = \mu_c/\mu_0 = -j\alpha''$
невидимое	0	0	$\neq E^0$	$\epsilon_r = \mu_r = \alpha$
отсутствует	0	0	$E^0$	$\epsilon_r = \mu_r = 1$

Наиболее заметным является металлическое тело ( $\epsilon \rightarrow \infty$ ) либо тело из предельного магнитного материала ( $\mu \rightarrow \infty$ ), введенного в теорию еще Макдональдом [20]. Внутри тела потерь энергии нет, отраженная волна обычно рассматривается для зеркального отражения, а рассеянное поле характеризует неравномерное рассеивание энергии относительно угла наблюдения  $\vartheta$  (рис.2.6,а).

Если тело проницаемо для поля ( $E^T \neq 0$ ), то отраженное и рассеянное поле, рассматриваемые часто нераздельно, несколько слабее, чем в первом случае. Для обнаружения видимого тела без потерь существенно, что оно является либо немагнитным диэлектриком ( $\epsilon_r > 1, \mu_r = 1$ ) либо магнетиком без диэлектрических свойств ( $\epsilon_r = 1, \mu_r > 1$ ), когда импеданс волны в теле есть  $Z = Z_0 / \sqrt{\epsilon_r}$  или  $Z = Z_0 \sqrt{\mu_r}$ . Однако чаще всего, особенно в оптическом диапазоне волн, наблюдаются столь существенные потери энергии, что в силу  $\epsilon' \ll \epsilon''$  диэлектрические свойства вещества нивелируются. Рассеянное поле от такого тела с потерями обязано отличию от  $Z_0$  комплексного импеданса среды  $Z = Z_0 / \sqrt{-j\epsilon_r''}$ .

Следующим в таблице 2.1 указано «черное» тело, для которого вводились различные определения [20]. Используем определение по Зоммерфельду [20], когда «черное» тело характеризуется равенством

$$\epsilon_c / \epsilon_0 = \mu_c / \mu_0 = \alpha' - j\alpha'' \approx -j\alpha'', \quad (2.20)$$

причем, обязательным является значительное преобладание потерь над диэлектрическими и магнитными свойствами. Нивелировка диэлектрических и магнитных свойств среды означает, что согласно (2.20) используется не магнитодиэлектрик, а плохой проводник с уравниванием двух видов потерь (от электрических и магнитных токов). Для «черного» тела кроме сильного поглощения энергии (затухание поля обозначим как  $E^T \rightarrow 0$ ) наблюдается также рассеянное поле. Последнее может отсутствовать лишь при нормальном падении волны на плоскую границу «черного» полупространства. Отмечается [20], что произвольное «черное» тело создает пренебрежимо малое отражение назад.

Невидимые (полнопрозрачные) тела заполнены равнопроницаемым МД без потерь. Ранее рассмотрены случаи полного прохождения плоской волны, нормально падающей на плоскую границу однородного или произвольно неоднородного по продольной координате равнопроницаемого МД. В параграфе 1.3 указаны условия полного прохождения сферической волны через сферическую границу. Несколько ниже покажем также, что невидимыми являются изоимпедансные тела, имеющие характеристики проницаемостей вида (1.121), (1.122). Принципиальная возможность существования полной прозрачности для тел конечных размеров обнаружена недавно [4].

Наконец, последняя строка в табл.2.1 отведена случаю совпадения электрофизических параметров тела с параметрами воздуха, когда «граница» тела не может быть определена с помощью электромагнитных волн.

2.3.2. Использование изоимпедансных тел позволяет иметь рефракцию электромагнитной волны при отсутствии рассеянного поля [4]. Рассмотрим нормальное падение (рис.2.7,а) плоской волны с напряженностями

$$\vec{E} = \vec{z}_0 E_0 e^{-jk_0 x} = \vec{z}_0 E_0 e^{-jk_0 \rho \cos \varphi}, \vec{H} = -\vec{y}_0 E_0 Z_0^{-1} e^{-jk_0 x} \quad (2.21)$$

на круговой цилиндр, имеющий ось вдоль  $\vec{z}_0$ , радиус  $\rho=a$  и заполнение неоднородным МД с проницаемостями по (1.121). Решение уравнений Максвелла для внутренней области находится в виде суммы Н-волн (относительно  $\zeta=\varphi$ ):

$$E_z = E_0 \sqrt{a/\rho} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-j)^n e^{jn\varphi} f_n(\varphi), \quad H_\rho = \frac{-E_0}{\omega \mu_0 \sqrt{a\rho}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n(-j)^n e^{jn\varphi} f_n(\rho),$$

$$H_\varphi = E_0 Z_0^{-1} \sqrt{a/\rho} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-j)^{n+1} e^{jn\varphi} \psi_n(\rho). \quad (2.22)$$

В зависимости от  $n^2 < N^2$  или  $n^2 > N^2$ ,

$$\text{где} \quad N^2 = (a^2/a_0^2 - 1)/4 > 0, \quad a_0 = \lambda/4\pi \approx 0,08\lambda, \quad (2.23)$$

для функций  $f_n(\rho), \psi_n(\rho)$  используются представления:

$$f_n(\rho) = J_n(k_0 a) \cos(b_n \ln \frac{\rho}{a}) + b_n^{-1} [\frac{1}{2} J_n(k_0 a) +$$

$$+ k_0 a J_n'(k_0 a)] \sin(b_n \ln \frac{\rho}{a}), \quad b_n = \sqrt{N^2 - n^2},$$

$$\psi_n(\rho) = J_n'(k_0 a) \cos(b_n \ln \frac{\rho}{a}) - b_n^{-1} [(ak_0)^{-1} (a^2 k_0^2 -$$

$$- n^2) J_n(k_0 a) + \frac{1}{2} J_n'(k_0 a)] \sin(b_n \ln \frac{\rho}{a});$$

$$f_n = \frac{1}{2} \{ J_n(k_0 a) [(\frac{\rho}{a})^{\beta_n} + (\frac{a}{\rho})^{\beta_n}] + \beta_n^{-1} [\frac{1}{2} J_n(k_0 a) +$$

$$+ k_0 a J_n'(k_0 a)] [(\frac{\rho}{a})^{\beta_n} - (\frac{a}{\rho})^{\beta_n}] \}, \quad \beta_n = \sqrt{n^2 - N^2},$$

$$\psi_n = \frac{1}{2} \{ J_n'(k_0 a) [(\frac{\rho}{a})^{\beta_n} + (\frac{a}{\rho})^{\beta_n}] - \beta_n^{-1} [\frac{1}{ak_0} (a^2 k_0^2 - n^2) J_n(k_0 a) + \frac{1}{2} J_n'(k_0 a)] [(\frac{\rho}{a})^{\beta_n} - (\frac{a}{\rho})^{\beta_n}] \}.$$

Для функций Бесселя первого рода в (2.24) используются обычные обозначения.

На границе  $\rho=a$  имеем согласно (1.121)  $\varepsilon=\varepsilon_0, \mu=\mu_0$ , что обеспечивает по (2.24)

$$f_n(\rho) = J_n(k_0 a), \quad \psi_n(\rho) = J_n'(k_0 a),$$

$$E_z = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-j)^n e^{jn\varphi} J_n(k_0 a) = E_0 e^{-jk_0 a \cos \varphi}. \quad (2.25)$$

В соответствии с (2.25), где использовано известное разложение по цилиндрическим функциям, на границе наблюдается совпадение (2.25) с представлением (2.21) для первичного поля. Таким образом, "сшивание" (2.22) и (2.21) идет при отсутствии рассеянного поля.

3.2.2. Рядам (2.22) можно придать [4] удобный для анализа вид, если рассматривать поле вблизи границы - во внутреннем приповерхностном слое цилиндра. Характеристики продольного и поперечного потоков энергии относительно направления падения плоской волны при  $0,95 < \rho/a < 1$  равны

$$\Pi_x = -\frac{E_0^2 k_0^2 a^3}{\rho Z_0} \cos^2 \varphi \ln^2 \frac{\rho}{a} (\cos^2 \varphi - \frac{1}{4k_0^2 a^2}) +$$

$$+ \frac{E_0^2 a}{2\rho Z_0} \left( 1 + k_0^2 a^2 \cos^2 \varphi \ln^2 \frac{\rho}{a} \right), \quad (2.26)$$



$$\Pi_y = -\frac{E_0^2 k_0^2 a^3}{\rho Z_0} \sin 2\varphi \ln^2 \frac{\rho}{a} \left( \cos^2 \varphi - \frac{1}{4k_0^2 a^2} \right). \quad (2.27)$$

В соответствии с формулой (2.26) входящая (выходящая) через границу  $\rho=a$  энергия соответствует вектору Пойнтинга в падающей плоской волне  $\Pi_x = E_0^2 / 2Z_0$ . Существенно, что непрерывность на границе имеет место не только для  $\Pi_x$ , но и для  $\Pi_y^+ = \Pi_y^- = 0$ . Это означает, что искривление внутри цилиндра линий вектора Пойнтинга начинается лишь при отходе от границы и обусловлено ростом значений функции  $\Pi_y(\rho, \varphi)$  по отношению к значениям функции  $\Pi_x(\rho, \varphi)$ .

Построение по (2.26), (2.27) линий вектора Пойнтинга выполнено на рис.2.7,б. Штриховая окружность указывает условную границу действия формул (2.26), (2.27) в приповерхностном слое, когда  $\ln(\rho/a)$  является малой величиной. В работе [4] рассмотрен также неотражающий шар.

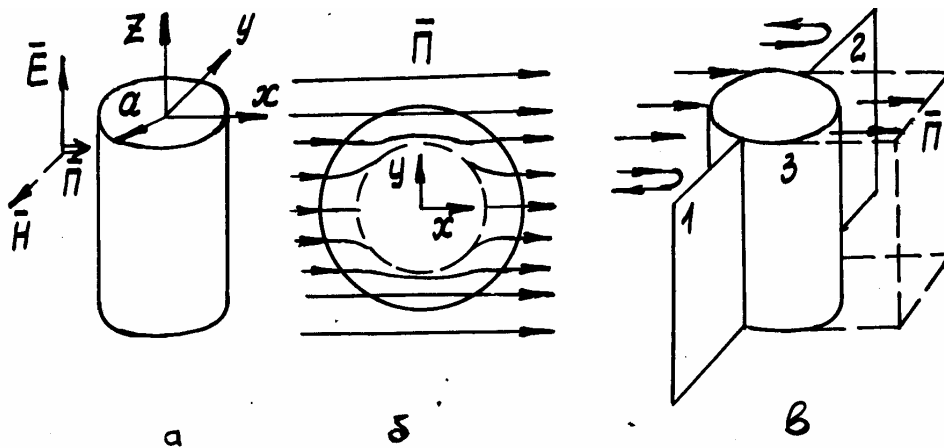


Рис.2.7. Невидимый МД цилиндр (а), линии вектора Пойнтинга в приповерхностном слое (б), устройство формирования пучка (в)

2.3.3. Задача о невидимом цилиндре характеризуется отсутствием рассеянного поля, что может быть использовано в устройстве, изображенном на рис.2.7,в. Между двумя металлическими полуплоскостями 1,2 находится невидимый цилиндр 3, а слева набегают плоская волна с напряженностями (2.21). Полуплоскости отражают падающую на них энергию, а цилиндр пропускает через себя часть энергии падающей волны.

С определенной степенью идеализации получаем, что за преградой имеем нулевое поле вблизи металлических полуплоскостей и первичное поле на поверхности полуцилиндра. Таким образом формируется остронаправленное излучение в виде волнового пучка как «вырезки» из плоской волны.

2.3.4. Приведенные выше результаты по составным плоско-сферическим волнам позволяют осуществить рефракторы из ранопроницаемых МД - покрытия для проводящих тел, которые после этого становятся невидимыми для стороннего наблюдателя. Это будет иметь место, если выполнена согласованная рефракция, когда вне рефрактора (в воздухе) присутствует лишь первичное поле.

Рассмотрим несколько вариантов рефракторов, выполненных из равнопроницаемых МД. Чтобы показать необычность предлагаемых рефракторов, будем их использовать для создания невидимости блестящих тел (табл.2.1). Традиционные приемы ком-

пенсации полей рассеяния, когда применяется четвертьволновый согласующий слой диэлектрика или плавный переход, при этом оказываются недействующими.

Пусть тело конечных размеров освещено волновым пучком с поперечным размером  $2a$  (рис.2.8,а). Поле рассеяния, воспринимаемое наблюдателем в точке  $Q_1$  или  $Q_2$ , есть результат дифракции волны на теле. В теоретических исследованиях чаще всего рассматривают дифракцию плоской волны с неограниченным фронтом, когда  $a \rightarrow \infty$ .

Для превращения блестящего тела в «невидимку» вначале нужно поместить его внутри металлического экрана с границей специальной формы. В свою очередь, на поверхность надевается «шуба» из составного МД (рис.2.8,б). С определенной степенью идеализации прохождение волны через каждую из двух половинок рефрактора можно описать с помощью представлений о составной волне А-В-С-В-А, где А соответствует плоскопараллельной волне в воздухе, а В,С отвечают плоскоосевым волнам в МД с проницаемостями по (1.121). По отношению к поперечной координате  $\xi$ , направления изменения которой указаны на всех четырех плоских границах скачка проницаемостей (рис.2.8,б), проницаемости изменяются в соответствии с рис.2.8,в. Наблюдатель, находящийся в точке  $Q_1$  или  $Q_2$ , воспринимает лишь поле первичной волны, что и означает невидимость тела.

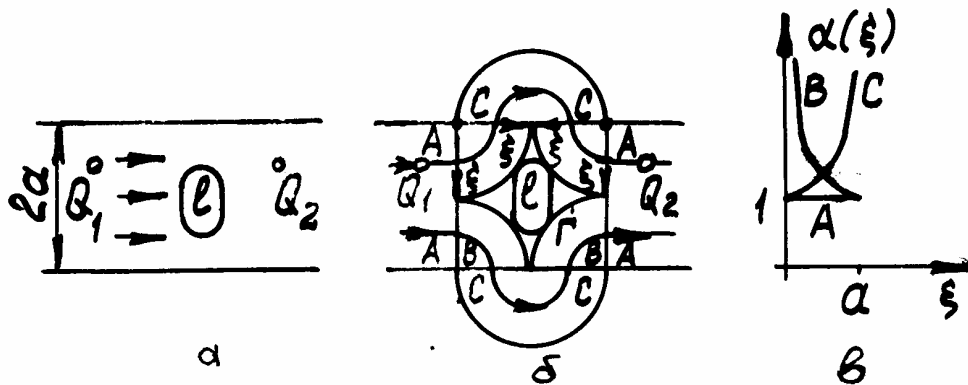


Рис.2.8. Рассмотрение рефрактора: а) падение волны на блестящее тело, б) размещение тела внутри экрана и составного МД, в) проницаемости МД

О наличии рефрактора можно судить лишь по изменению времени прохождения волны от точки  $Q_1$  до точки  $Q_2$ . Вместо участка длиной  $2a$  в однородной среде теперь составная волна проходит в МД путь, равный  $\pi a$ . Однако неясно, как в реальных условиях измерить время дополнительного запаздывания

$$\tau[\text{сек}] = (\pi - 2)a / c_0 \approx 4 \cdot 10^{-9} a[\text{м}]. \quad (2.28)$$

Развитие предложенной идеи создания рефракторов представлено на рис.2.9. У рефрактора по рис.2.9,а может быть произвольный продольный размер  $2a+d$ . Время запаздывания волны находится по (2.28). Рефрактор по рис.2.9,б создает несколько большее запаздывание на время  $\tau = 2\pi a / c_0$ , поскольку поперечный размер экрана вырос до  $4a$ . Указанный на рис.2.9,в рефрактор создает наибольшую задержку волны на время  $\tau = (3\pi a + 2h) / c_0$ . Теперь скрываемое внутри экрана тело может иметь произвольные продольный и поперечный размеры, так как у экрана продольный размер  $d$  и поперечный размер  $4a+2h$  могут быть произвольными.

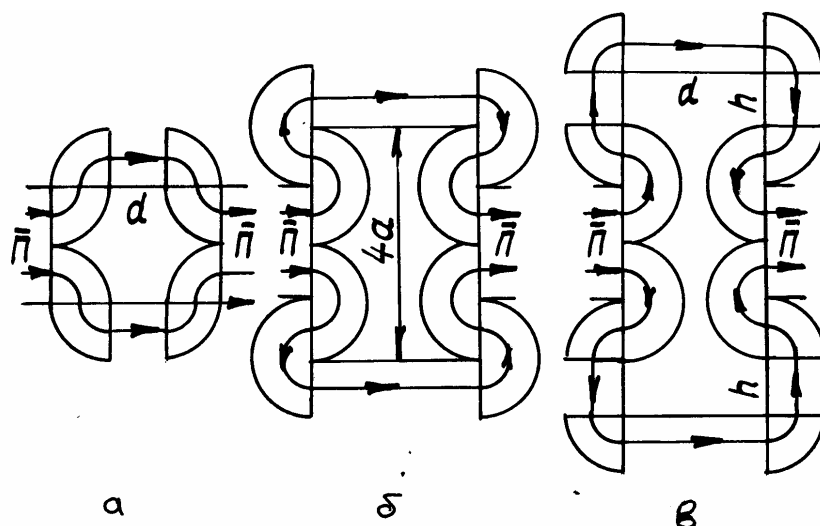


Рис.2.9. Варианты конструкций рефракторов: а) с произвольным продольным размером, б) с увеличенным поперечным размером, в) с произвольными продольным и поперечным размерами

Несколько иные рефракторы представлены на рис.2.10. Пусть слева на стенку из равнопроницаемого МД нормально к границе падает плоская волна. Проницаемости стенки могут подчиняться произвольной зависимости  $\alpha(z)$ , не создавая отраженной волны. Вместо части стенки шириной  $4a$  (рис.2.10,а) вставлено металлическое тело, которое нужно сделать невидимым для наблюдателя. Для этого используется составной МД, по которому бежит составная волна А-В-С-В-А, где А соответствует плоскопараллельным волнам, В - сфероточечным волнам, С - бисферической волне. На выходе такой стенки волна будет иметь фронт с одной амплитудой, если время прямого прохождения волны через стенку будет уравнено с временем движения энергии по составной траектории В-С-В.

Рисунок 2.10,б иллюстрирует возможности использования составных МД с бисферическими волнами в них для создания рефракторов, которые уводят энергию от металлической сетки, показанной с помощью штриховки. Для этого ее вначале нужно покрыть специальной формы металлическим экраном, а затем наложить части МД с проницаемостями по (1.129).

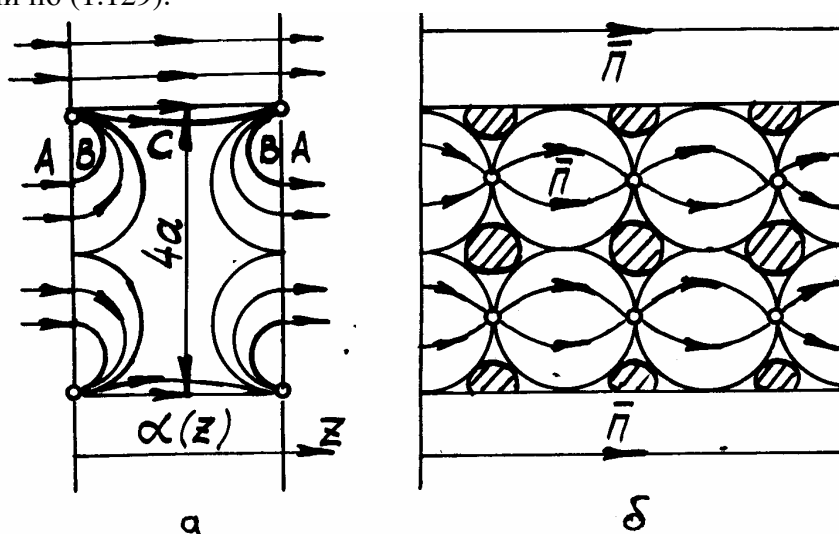


Рис.2.10. Рефракторы с использованием составной плоскопараллельной - сфероточечной - бисферической волны (а) либо только бисферических волн (б)

## 2.4. Сочетание свойств полной прозрачности и поглощения

2.4.1. У полностью прозрачных и «черных» тел общим в поведении является отсутствие отражения назад. Однако «на просвет» эти тела ведут себя совершенно по-разному: полностью прозрачное тело пропускает энергию далее, а «черное» тело стремится максимально поглотить ее. Многочисленные исследования радиолокационных характеристик объектов [19, 20] позволили указать главные причины существования полей рассеяния. Среди них фигурируют: 1) зеркально отражающие участки (блестящие точки), 2) участки поверхности с малыми радиусами кривизны - ребра, острые углы и т.п. 3) «ползущие» волны, возникающие на границе «свет-тень», 4) «бегущие» волны, возникающие при наклонном падении, 5) отражения от вогнутых участков поверхности.

Во всех указанных случаях можно ослабить рассеянное поле, если использовать накладки, оболочки из равнопроницаемого МД. По сути, МД создает рефракцию падающей волны, сводя к минимуму дифракционные эффекты.

2.4.2. Зеркальные отражения хорошо гасятся с помощью равнопоглощающего материала [20], однако эффективность этого способа снижается при наклонном падении, когда появляются «бегущие» волны. Совместное использование полностью прозрачного МД и «черного» поглотителя не позволит возбуждаться «бегущим» волнам. Пусть на поверхность некоторого тела 1 наложена поглощающая оболочка 2 (рис.2.11,а). Для создания условий падения на эту оболочку энергии только по нормали следует использовать еще одну оболочку 3 из равнопроницаемого неоднородного МД без потерь. Если согласно п.1.2.2 проницаемости этого МД соответствуют закону изменения, представленному на рис.2.11,б, то происходит искривление линий энерговектора Пойнтинга так, что на выходе согласующего слоя энергия движется по нормали к границе (вдоль координаты  $\zeta$ ).

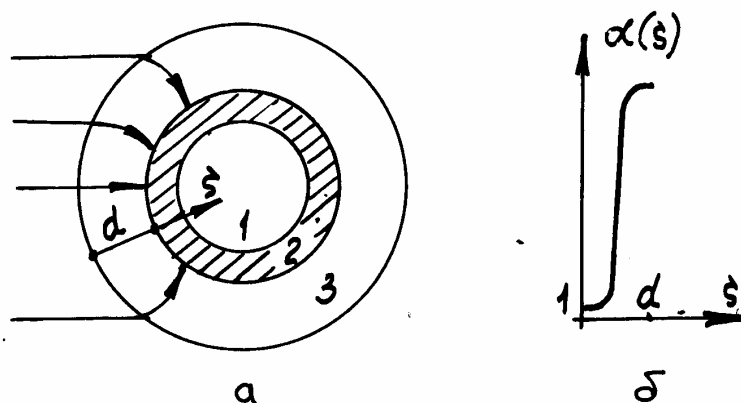


Рис.2.11. Использование неоднородного МД для подачи энергии на поглотитель по нормали (а), когда проницаемости МД изменяются согласно б)

2.4.3. Для ослабления вклада в рассеянное поле острых участков поверхности также полезно использовать накладки из равнопроницаемого МД. В параграфе 2.2 подробно описаны составные Т-волны, которые согласованно переходят из одной части составного МД в другую без создания дополнительных полей (рассеяния). Использование на изгибах поверхности тела накладок из МД с проницаемостями по (1.121) позволяет поверхностным токам огибать острые углы так, чтобы не создавались так называемые неравномерные плотности тока [19].

На рис.2.12,а представлена реализация указанной идеи, когда первичным полем является поле от штыревой антенны 1, размещенной на корпусе конечного размера. Благодаря накладкам из МД характеристика направленности излучения антенны, учитывающая наличие корпуса радиостанции, будет отличаться от той, что соответствует использованию корпуса без накладок, приближаясь к характеристике излучателя с экраном неограниченных размеров. В пределах верхней крышки 2 токи почти не будут ощущать ее конечных размеров. Вдоль поверхности корпуса теперь могут согласованно двигаться две встречно направленных волны тока. За счет размещенного снизу корпуса замедляющего МД (на рис.2.12,а обозначен цифрой 3) можно обеспечить любые желаемые соотношения между этими волнами. Если же накладка 3 выполнена из равнопоглощающего материала, то на верхней крышке не будут наблюдаться встречные волны токов.

Представленная на рис.2.12,б ситуация соответствует падению плоской волны на проводящее тело 1 в виде конуса конечной длины. Коническая часть тела покрыта слоем МД без потерь (2), который осуществляет слабую рефракцию, направляя волну на поворотные накладки 3, выполненные из МД с проницаемостями по (1.121). Накладка 4, сделанная из равнопоглощающего материала, поглотит энергию, «снятую» конусом с участка  $S$  фронта падающей волны.

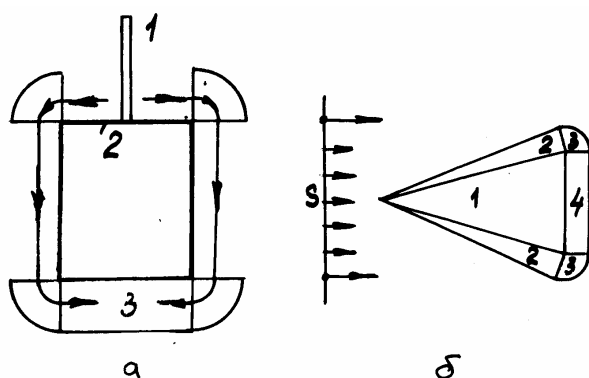


Рис.2.12. Размещение рефракторов на острых углах: а) корпуса радиостанции, б) конуса конечной длины

2.4.4. Рассмотрим принципы использования равнопроницаемых МД и равнопоглощающих материалов для ослабления отражений от вогнутых участков металлической поверхности. На рис.2.13,а показано, что на тело 1 следует наложить слой 2 поглотителя, а для подхода энергии падающей волны по нормали к границе нужно использовать поворачивающие магнитодиэлектрические накладки 3. Если волна падает наклонно (рис.2.13,б), то используется уже известный согласующий слой 4 с проницаемостями по рис.2.11,б. Остальные части покрытий на рис.2.13,б те же, что и на рис.2.13,а.

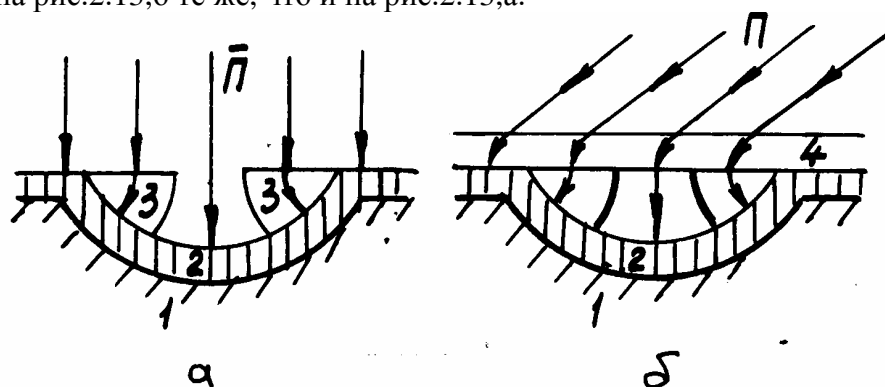


Рис.2.13. Использование МД для ослабления отражений от вогнутых участков для нормально (а) или наклонно (б) падающих волн

2.4.5. Еще один пример удачного сочетания свойств полной прозрачности и поглощения наблюдается при использовании слоистого МД, изображенного на рис.1.22,а. Если магнитные пластины выполнить из стали, то к магнитной проницаемости добав-

ляется свойство электропроводности. При малой толщине пластин плоская волна (1.161) будет распространяться почти без затухания, так как вектор электрической напряженности перпендикулярен к поверхностям пластин. Но волна ортогональной поляризации, т.е. с напряженностями (1.164), не сможет распространяться из-за сильного поглощения энергии в стальных пластинах. Это происходит в силу касательного характера вектора электрической напряженности к поверхностям пластин.

Итак, использование ферромагнитных пластин с заметными потерями создает дополнительные возможности для МД пластинчатой стенки, когда на нее падает волна с произвольной поляризацией. Горизонтально поляризованная волна (1.168) полностью проходит через стенку с минимальным отражением, зависящим по рис.1.23 от величины  $\alpha$ . Волна с вертикальной поляризацией будет испытывать сильное поглощение в стенке, при этом отражение также можно свести к минимуму.

## 2.5. Усиление эффекта давления волны

2.5.1. Давно известно наличие силового действия электромагнитной волны в виде давления света на поверхность отражающего тела. Широкому использованию этого эффекта в технике препятствует его относительно малая величина.

При падении волны из воздуха по нормали к границе идеального проводника действует давление, т.е. сила на единицу поверхности, которое находится по формуле

$$p^0(t) = 2\Pi^0 / c_0 = 2\varepsilon_0 E^2 = 2\mu_0 H^2. \quad (2.29)$$

Формула (2.29) получается из выражения для половинной силы Ампера, действующей на участок проводника - квадрат  $(\Delta b)^2$ :

$$F(t) = \mu_0 I H \Delta b / 2 = \mu_0 (2H^0)^2 (\Delta b)^2 / 2.$$

Удвоение по (2.29) давления происходит за счет наличия, кроме падающей, также и отраженной волны. Для оценки порядка величин, входящих в (2.29), рассмотрим два числовых примера.

**Пример 1.** Найдем среднее во времени давление солнечного излучения. Плотность потока мощности излучения, приходящего на Землю, равна  $\Pi_m \approx 0,14 \text{ Вт / см}^2$ , поэтому единица поверхности ( $1\text{см}^2$ ) металлического зеркала испытывает давление

$$p_m^0 \approx 9,4 \cdot 10^{-10} \text{ Н / см}^2. \quad (2.30)$$

В силу малости величины (2.30) эффект давления солнечного излучения технического применения не находит.

**Пример 2.** Оценим порядок величины давления электромагнитной волны, которая распространяется по силовому кабелю при передаче электроэнергии частотой 50 Гц. Давление испытывает металлическая шайба, преграждающая путь движения энергии. По условиям электрической прочности можно взять амплитуду напряженности электрического поля  $E_m \leq 20 \text{ кВ / см}$ . Тогда по (2.29) имеем для амплитуды давления

$$p_m^0 = 2\varepsilon_0 E_m^2 \approx 7 \cdot 10^{-3} \text{ Н / см}^2. \quad (2.31)$$

Число по (2.31) значительно превышает давление солнечного излучения (2.30), однако этого еще недостаточно, чтобы с помощью напора электромагнитной волны перемещать массивные тела.

2.5.2. Формула (2.29) подсказывает, что можно существенно повысить давление на металлическую стенку, если энергию на нее «подать» не из воздуха, а из равнопроницаемого МД. При этом в силу зависимости

$$p_m = 2\Pi_m / v_e = 2\alpha\Pi_m / c_0 = \alpha p_m^0, \quad (2.32)$$

где  $v_e$  есть скорость движения энергии в равнопроницаемом МД, имеем повышение давления в  $\alpha$  раз. Аналогичный эффект мог бы наблюдаться и при наложении на зеркало диэлектрического покрытия, если бы на границе воздух-диэлектрик не происходило отражения энергии назад в воздух. Таким образом, указанное в параграфах 1.1, 1.2 свойство равнопроницаемого МД пропускать нормально падающую волну без отражения при любой величине  $\alpha$  оказывается принципиально необходимым для движения отражателя под напором электромагнитной волны.

Например, создание МД с проницаемостями  $\alpha=10^5$  позволит согласно (2.32) увеличить давление (2.31) до весьма заметной величины  $p_m = 700 \text{ Н/см}^2 = 7 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ .

2.5.3. От принципиального доказательства важности использования равнопроницаемых МД в электромагнитных «толкачах» перейдем к расчету одного из их возможных вариантов. В коаксиальном кабеле размещена шайба, состоящая из двух шайб: передняя (толщиной  $h$ ) выполнена из МД, а задняя сделана из хорошо проводящего металла. Поскольку металлическая шайба перекрывает путь движения энергии, то в кабеле существуют прямая и обратная волны с напряженностями

$$\begin{aligned} \bar{E}_m &= \bar{\rho}_0 E_0 \rho_1 \rho^{-1} (e^{-jk_0[z-(\alpha-1)h]} - e^{jk_0[z-(\alpha-1)h]}), \\ \bar{H}_m &= \bar{\varphi}_0 E_0 \rho_1 (\rho Z_0)^{-1} (e^{-jk_0[z-(\alpha-1)h]} + e^{jk_0[z-(\alpha-1)h]}). \end{aligned}$$

В МД шайбе имеем для комплексных напряженностей

$$E_m = E_0 \rho_1 \rho^{-1} (e^{-jk_0 z} - e^{jk_0 z}), Z_0 H_m = E_0 \rho_1 \rho^{-1} (e^{-jk_0 z} + e^{jk_0 z}).$$

На поверхность металлической шайбы ( $z=0$ ) действует сила как со стороны прямой, так и обратной волн:

$$F_m = 2\pi\alpha\epsilon_0 \int_{\rho_1}^{\rho_2} 2E_m^2 \rho d\rho = 4\pi\alpha\epsilon_0 E_0^2 \rho_1^2 \ln(\rho_2 / \rho_1). \quad (2.33)$$

Для проведения числовых оценок перейдем к напряжению и току прямой волны, для которых справедливы формулы

$$U_m / I_m = Z_C = Z_0 (2\pi)^{-1} \ln(\rho_2 / \rho_1), \quad U_m = E_0 \rho_1 \ln(\rho_2 / \rho_1). \quad (2.34)$$

С учетом (2.34) формулу (2.33) можно представить в виде

$$F_m = 2\alpha\epsilon_0 U_m^2 Z_0 / Z_C = 2\alpha U_m^2 / c_0 Z_C. \quad (2.35)$$

Если, например, взять  $Z_C = 50 \text{ Ом}$ ,  $U_m = 20 \text{ кВ}$ , то имеем по (2.35) для силы со стороны обеих волн, толкающих металлическую шайбу  $F_m = \alpha \cdot 0,05 \text{ Н}$ . Если МД имеет проницаемости  $\alpha=10^5$ , то эта сила будет весьма заметной:  $F_m=5 \text{ кН}$ . Шайба весом  $m=100 \text{ г}$  под действием этой силы ускоряется с величиной  $a = F_m / m = 50 \text{ км / сек}^2$ .

2.5.4. Продолжим рассмотрение действия электромагнитной волны на металлическую шайбу с МД накладкой, указав расчетные соотношения для процесса разгона этой шайбы от неподвижного состояния (когда скорость  $v=0$  при  $t=t_0$ ) до движения с максимальной скоростью  $v=v_{\max}$  при  $t=t_0+T$ . Для этого в коаксиальный кабель направляется волна с напряженностями

$$E = HZ_0 = E_m(\rho)s(v_e t - z), \quad E_m(\rho) = E_0 \rho_1 / \rho, \quad (2.36)$$

где  $s(v_e t - z)$  - произвольная функция. Если рассматривается волна в воздухе, то  $v_e=c_0$ , а если в МД, то  $v_e=c_0/\alpha$ .

Для дальнейших выкладок удобно взять волну в виде последовательности  $N$  прямоугольных импульсов напряжения длительностью  $\tau$  с такими же интервалами между ними. Если полагать, что неподвижная граница воздух - МД соответствует  $t=0$  и  $z=0$ , то первый импульс напряженностей пройдет в МД накладку при  $t>0$ , а коснется границы металлической шайбы  $z=h$  при  $t=t_0=ah/c_0$ . Ради простоты можно пренебречь пока силами противодействия движению (например, силой трения) и считать, что при  $t>t_0$  сразу начинается движение шайбы. Поскольку на интервале  $t_0<t<t_0+\tau$  действует постоянная сила, определяемая по (2.35), то за счет неизменности ускорения  $F_m/m$  происходит линейное нарастание скорости шайбы по закону  $v=F_m(t-t_0)/m$  от  $v=0$  до  $v=v_1=F_m\tau/m$ . Во время паузы  $\tau+t_0<t<t_0+2\tau$  ввиду отсутствия силы шайба движется с постоянной скоростью  $v=v_1$ . Далее, при  $2\tau+t_0<t<t_0+3\tau$ , происходит опять линейное возрастание скорости от  $v=v_1$  до  $v=v_2=2v_1$ . Так за время  $T$  ( $t_0<t<t_0+T$ ), состоящее из сумм длительностей импульсов  $N\tau$  и длительностей пауз  $(N-1)\tau$ , т.е.  $T=(2N-1)\tau$ , скорость будет изменяться по линейно-постоянному закону, достигая при  $t=T+t_0$  величины  $v_N=Nv_1=F_m(\tau+T)/2m$ .

Порядок величины скорости  $v_N$  оценим подстановкой из предыдущего раздела величины силы  $F_m=5 \text{ кН}$ , наблюдаемой при  $Z_C=50 \text{ Ом}$ ,  $U_m=20 \text{ кВ}$ . Имеем зависимость  $v_N \approx 25T \cdot 10^2 / m$ , которая при  $T=1 \text{ сек}$ ,  $m=100 \text{ кг}$  дает скорость  $v_N=90 \text{ км/час}$ . Если учесть силу трения, то скорость  $v_N$  будет меньше. Кроме того, завышение величины скорости можно объяснить тем, что не учтено влияние скорости движения МД шайбы на напряженности полей. Обычно этим эффектом пренебрегают, поскольку из-за отражения есть ограничение на проницаемость диэлектрика ( $\epsilon_r<5$ ), что сопровождается малой величиной относительной скорости движения диэлектрика:  $v/v_e = v\sqrt{\epsilon_r}/c_0 \ll 1$ . Использование же равнопроницаемого МД с любой величиной  $\alpha$  позволяет иметь относительную скорость  $v=v_e=v\alpha/c_0<1$  сколь угодно близкой к единице.

2.5.5. Выполним коррекцию предыдущих результатов путем учета изменения напряженностей полей вследствие движения МД, для чего следует воспользоваться формулами электродинамики движущихся сред [21]. Кроме неподвижной системы координат  $\rho, \phi, z$  вводим систему  $\rho, \phi, z'$ , перемещающуюся со скоростью  $\vec{v} = \vec{z}_0 v$  движения МД, то есть

$$z'=z-vt, \quad \rho'=\rho, \quad \phi'=\phi.$$



Для подвижного наблюдателя напряженности электрического и магнитного полей в МД будут

$$\bar{E}'(t) = \bar{E}(t) + \alpha\mu_0\bar{v}(t) \times \bar{H}(t), \quad \bar{H}'(t) = \bar{H}(t) - \alpha\varepsilon_0\bar{v}(t) \times \bar{E}(t). \quad (2.37)$$

Прямая волна имеет напряженности, получаемые путем подстановки (2.36) в (2.37):

$$E' = Z_0 H' = E_m(\rho)(1 - \alpha v / c_0) s(t - \alpha z / c_0), \quad E_m = E_0 \rho_1 / \rho, \quad (2.38)$$

поэтому мгновенный вектор Пойнтинга, «давящий» на подвижную шайбу, есть

$$\bar{\Pi}'(t) = Z_0^{-1} \bar{z}_0 E_m^2(\rho)(1 - \alpha v / c_0)^2 s^2(t - \alpha z / c_0). \quad (2.39)$$

При воздействии в виде последовательности прямоугольных импульсов функция  $s$  равна единице во время существования каждого импульса и равна нулю во время паузы. Так, во время действия  $n$ -го импульса  $((n-1)\tau + t_0 < t < t_0 + n\tau)$  на металлическую шайбу со стороны прямой волны действует сила

$$F'(t) = 2\pi\alpha c_0^{-1} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \Pi' \rho d\rho = F_m (1 - \alpha v / c_0)^2 / 2, \quad (2.40)$$

где учтены равенства (2.33), (2.35), (2.39).

Для отраженной волны, кроме формулы (2.37), используем также и формулу (2.38), поскольку закон отражения о равенстве амплитуд падающей и отраженной волн теперь выполняется по отношению к движущейся границе, т.е.

$$-E'' = Z_0 H'' = E'(1 + \alpha v / c_0) = E_m s(t - \alpha z / c_0) s(t + \alpha z / c_0) [1 - (\alpha v / c_0)^2]$$

Аналогом формулы (2.39) будет выражение

$$\bar{\Pi}'' = -Z_0^{-1} \bar{z}_0 E_m^2 [1 - (\alpha v / c_0)^2]^2 s(t - \alpha z / c_0) s(t + \alpha z / c_0),$$

поэтому для силы со стороны импульса отраженной волны имеем

$$F''(t) = F_m [1 - (\alpha v / c_0)^2]^2 / 2. \quad (2.41)$$

Полную силу, действующую во время существования каждого импульса на подвижную металлическую шайбу, получаем по (2.40), (2.41):

$$F(t) = F_m [1 - \alpha v / c_0 - (\alpha v / c_0)^2 / 2 + (\alpha v / c_0)^4 / 2]. \quad (2.42)$$

Учитывая закон Ньютона, из (2.42) имеем для  $v(t)$  нелинейное дифференциальное уравнение

$$v'_i(t) = F_m [1 - \alpha v / c_0 - (\alpha v / c_0)^2 / 2 + (\alpha v / c_0)^4 / 2] / m \quad (2.43)$$

для скорости шайбы  $v(t)$  на интервале действия  $n$ -го импульса, когда скорость должна возрасти от  $v_{n-1}$  до  $v_n$ . Решение уравнения (2.43) найти несложно, так как в нем разделяются переменные. Поскольку все же  $\alpha v / c_0 < 1$ , то наиболее важным будет решение уравнения (2.43) в линейном приближении:

$$v = \frac{c_0}{\alpha} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{\alpha v_{n-1}}{c_0} \right) \exp \left[ \frac{F_m \alpha}{m c_0} (t_{n-1} - t) \right] \right\}, \quad n=1, 2, \dots, N,$$

где  $t_{n-1} = t_0 + (n-1)\tau$ . Например, при действии первого импульса, когда  $v_{n-1} = 0$ ,  $t_{n-1} = t_0$ , имеем функцию

$$v = c_0 \{1 - \exp[F_m \alpha(t_0 - t) / mc_0]\} / \alpha ,$$

которая совпадает с ранее полученной линейной зависимостью при  $0 < F_m \alpha(t - t_0) / mc_0 \ll 1$ .

Не исключено, что при больших скоростях движения МД нужно будет учитывать появление дополнительного отражения на границе воздух(1)- движущийся МД(2). Полагаем, что условия непрерывности справедливы для напряженностей в подвижной системе координат:

$$E'_1 = E'_2, \quad H'_1 = H'_2. \quad (2.44)$$

В воздухе падающая волна имеет

$$E'_1 = Z_0 H'_1 = E_m s(t - z / c_0)(1 - v / c_0), \quad (2.45)$$

а для прошедшей в МД волны выполняется равенство

$$E'_2 = Z_0 H'_2 = E_m s(t - \alpha z / c_0)(1 - v \alpha / c_0). \quad (2.46)$$

Конечно, при  $v / c_0 < \alpha v / c_0 \ll 1$  различие между (2.45) и (2.46) незаметно, т.е. (2.44) выполняется автоматически. При невыполнении указанного неравенства граничные условия будут удовлетворены за счет появления отраженной волны и уменьшения амплитуды прошедшей волны.

Благодаря высоким величинам  $\alpha$  вполне реальна ситуация, когда прямая волна в МД не успевает за движением шайбы, если скорость последней удовлетворяет неравенству  $v > c_0 / \alpha = v_c$ . Например, при  $\alpha = 10^5$  критическая скорость  $v_c = 3$  км/сек соответствует синхронному движению МД и волны в нем, так что согласно (2.38) шайба не испытывает давления со стороны прямой волны. Ясно, что формула (2.41) для силы действия отраженной волны имеет смысл при наличии отражения, когда

$$v < c_0 / \alpha = v_c. \quad (2.47)$$

Условие (2.47) можно трактовать как ограничение на скорость шайбы, разгоняемой за счет напора электромагнитной волны.

По указанной методике может рассматриваться не только электромагнитный двигатель, но и генератор электромагнитной волны. Для этого нужно допустить, что кроме напора электромагнитной волны на «толкатель» в противоположном направлении действует более мощная внешняя сила. Изменение направления скорости в (2.37) и (2.38) дает для напряженностей падающей волны

$$E' = Z_0 H' = E_m s(t - \alpha z / c_0)(1 + \alpha v / c_0).$$

За счет внешнего источника механической энергии происходит увеличение напряженностей полей в МД и соответственно возрастает плотность запасаемой в поле энергии

$$w = \alpha \epsilon_0 E'^2 = (1 + v \alpha / c_0)^2 \alpha w_0,$$

где  $w_0$  - плотность энергии, запасаемой в волне, движущейся в воздухе.

Данный параграф раскрывает лишь малую часть возможных применений равнопроницаемых МД в электромеханике. К изложенному, например, присоединятся кольцевые волны в неоднородных МД (см. параграф 1.4), использование которых естественным образом позволит переводить напор электромагнитной волны во вращательное движение проводящего тела.

## ГЛАВА 3. ИЗОИМПЕДАНСНЫЕ ЦЕПНЫЕ СТРУКТУРЫ

### 3.1. Моделирование волновых процессов с помощью цепных схем

3.1.1. В предыдущих главах раскрыты положительные свойства волн в полнопрозрачных МД. Ключевой остается проблема искусственного создания материала с уравновешением диэлектрических и магнитных свойств в равнопроницаемых МД. Последующее изложение не будет опираться на использование эффектов поляризации и намагничивания вещества. Эти эффекты очень трудно на молекулярном уровне совместить воедино, и требуется большая работа материаловедов по созданию магнито-диэлектрических композитов с выполнением равенства  $\epsilon_r = \mu_r$ . Кроме того, доказано [6,7], что процесс намагничивания вещества в принципе исчезает в переменных полях высокой частоты (обычно на частотах выше нескольких сотен МГц можно полагать  $\mu_r = 1$ ).

В данной главе приводятся новые результаты по импедансно согласованным электродинамическим структурам металл - воздушного исполнения. Вместо попыток создания в веществе на молекулярном уровне уравновешенных эффектов поляризации и намагничивания развивается идея обеспечения условий для неотражающего волнового процесса, т.е. выполнения равенства  $Z_C = Z_0$  для конкретного типа волны. При этом вопрос о трактовке эквивалентных  $\epsilon_r, \mu_r$  может и не возникать. Итак, далее используется аналогия между волной в сплошной МД среде без потерь (гл.1,2) и волной в эквивалентной цепной структуре без потерь.

Теоретические наработки удастся перенести в область активных практических действий на основе следующего алгоритма создания полнопрозрачных структур:

1. Анализ проблемы полной прозрачности выполняется с помощью уравнений Максвелла для неоднородных равнопроницаемых МД,

2. Под найденный (желаемый) волновой процесс указывается эквивалентная цепная схема,

3. Создается электродинамическая цепная изоимпедансная структура в металл - воздушном исполнении путем реализации элементов цепной схемы-продольной индуктивности  $L$  и поперечной емкости  $C$ .

3.1.2. Переходим к обоснованию предложенного метода реализации изоимпедансных структур. Рассмотрим симметричный четырехполюсник (рис.3.1,а). Входное сопротивление нагруженного четырехполюсника есть

$$Z_{\text{вх}} = Z_C \frac{Z_2 + Z_1 / 2 + Z_1(Z_2 + Z_1 / 4) / Z_C}{Z_2 + Z_1 / 2 + Z_C}. \quad (3.1)$$

Из формулы (3.1) сразу видно условие согласованного соединения четырехполюсников в цепную схему: входное сопротивление совпадает с сопротивлением нагрузки ( $Z_{\text{вх}} = Z_C$ ), если

$$Z_1(Z_2 + Z_1 / 4) = Z_C^2. \quad (3.2)$$

Требование отсутствия потерь ( $Z_1 = jX_1$ ,  $Z_2 = jX_2$ ) при активном характере нагрузки ( $Z_C = R$ ) переводит (3.2) в условие того, что при всех частотах  $X_1$  и  $X_2$  должны иметь разные знаки:

$$-X_1 X_2 = R^2 + X_1^2 / 4 > 0. \quad (3.3)$$

Реализация условия (3.3) с помощью реактивных двухполюсников, содержащих положительные индуктивности и емкости, возможна только после введения в (3.3) приближения:

$$-X_1 X_2 \approx R^2 \text{ при } |X_1|/2 \leq 0,1R. \quad (3.4)$$

Действительно, подстановка в (3.3), например,  $X_1 = \omega L$  дает  $X_2 = -R^2/\omega L - \omega L/4$ . Если первое слагаемое в  $X_2$  после введения обозначения  $C = L/R^2$  соответствует емкости  $C$ , то второе слагаемое есть сопротивление нереализуемой отрицательной индуктивности. Условия (3.4) можно также трактовать как ограничение по частоте для схемы с  $X_1 = \omega L$ ,  $X_2 = -1/\omega C$ , когда согласно (3.2), (3.4) имеем

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ при } 0 < \omega \leq 0,1\omega_0 = \frac{0,2}{\sqrt{LC}}. \quad (3.5)$$

Заметим, что входящая в (3.5) частота  $\omega_0$  носит название частоты среза.

На рис.3.1,б представлена цепная схема, состоящая из двух четырехполюсников, изображенных на рис.3.1,а. Кроме раздельного выполнения соотношений (3.4), (3.5) для каждого из четырехполюсников, потребуем удовлетворения совместных условий

$$L'/C' = L''/C'' \text{ при } L'C' \neq L''C''. \quad (3.6)$$

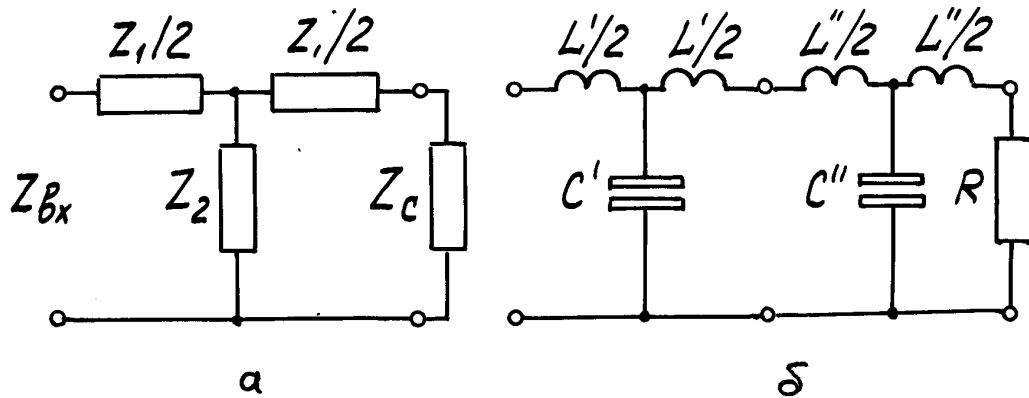


Рис.3.1. Симметричный четырехполюсник (а) и цепная схема (б)

Очевидно, что за счет (3.6) имеем импедансно согласованную цепную схему, когда  $Z_{вх} = Z_c$ . Для сравнения напомним, что схема по рис.3.1,б может быть и схемой замещения соединения двух кабелей ( $Z'_c \neq Z''_c$ ), если выполняются соотношения:

$$L'C' = L''C'' \text{ при } L'/C' \neq L''/C''. \quad (3.7)$$

Итак, изоимпедансная цепная схема и «равноскоростная» цепная схема характеризуются разными соотношениями (3.6), (3.7) между параметрами звеньев.

Далее необходимо учесть особенности объединения цепных схем двух типов, поскольку так моделируется ситуация, имевшая место в гл.1,2 для волн в МД: эти волны входили (выходили) в неоднородный МД из воздуха.

3.1.3. Рассмотрим некоторые свойства схемы замещения отрезка длинной линии без потерь. Известно, что в матричном уравнении

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

элементы матрицы [a] есть

$$a_{11} = a_{22} = \cos k_0 l = \cos \theta, \quad a_{12} / Z_C = a_{21} Z_C = j \sin \theta, \quad (3.8)$$

где волновое число  $k_0$ , волновое сопротивление линии  $Z_C$  находятся по индуктивности и емкости на единицу длины:

$$k_0 = \omega \sqrt{L_0 C_0} = \omega / v, \quad Z_C = \sqrt{L_0 / C_0}. \quad (3.9)$$

Воздушное заполнение линии, обеспечивая максимальную скорость передачи энергии  $v=3 \cdot 10^8$  м/с, связывает  $L_0, C_0$  согласно (3.9) равенствами

$$L_0 = Z_C / v, \quad C_0 = 1 / v Z_C. \quad (3.10)$$

Важно отметить, что для обычной длинной линии независимо можно задавать лишь одну из трех величин  $L_0, C_0, Z_C$ , получая две остальные по (3.10).

Схема замещения отрезка длинной линии в виде симметричного четырехполюсника (рис.3.1,а) с учетом (3.9) имеет сопротивления

$$Z_1 / 2 = (a_{11} - 1) / a_{21} = j Z_C \operatorname{tg}(\theta / 2), \quad Z_2 = 1 / a_{21} = -j Z_C / \sin \theta. \quad (3.11)$$

Соотношения (3.4), введенные для схемы замещения линии, означают условия малости ее электрической длины. Действительно, при  $\theta \ll 1$  имеем из (3.11)

$$Z_1 = j \omega L_0 = j \omega L, \quad Z_2 = 1 / j \omega C_0 = 1 / j \omega C,$$

причем, согласно (3.4) должно выполняться:

$$\omega / \omega_0 = \omega L_0 l / 2 R = \omega R C_0 l / 2 = \pi l / \lambda_0 \leq 0,1. \quad (3.12)$$

3.1.4. Рассмотрим три варианта схем моделирования волновых процессов (рис.3.2). По рис.3.2,а имеем два отрезка кабеля с совпадающими волновыми сопротивлениями, так что погонные параметры удовлетворяют системе равенств

$$L' / C' = L'' / C'', \quad L' C' = L'' C''.$$

Представленная на рис.3.2,б схема соответствует ступенчатой (неоднородной) длинной линии, когда

$$L' / C' \neq L'' / C'', \quad L' C' = L'' C''.$$

Схема по рис.3.2,в моделирует изоимпедансный волновой процесс, определяемый условием согласования

$$Z'_C = \sqrt{L' / C'_0} = \sqrt{L / C}. \quad (3.13)$$

При этом звено LC должно обеспечить эквивалентное запаздывание на время  $\tau'$ , превышающее в  $\alpha$  раз запаздывание  $\tau'$  волны в отрезке кабеля. Последнее находится по скорости  $v'$ :

$$\tau' = l / v' = l \sqrt{L_0 C_0}. \quad (3.14)$$

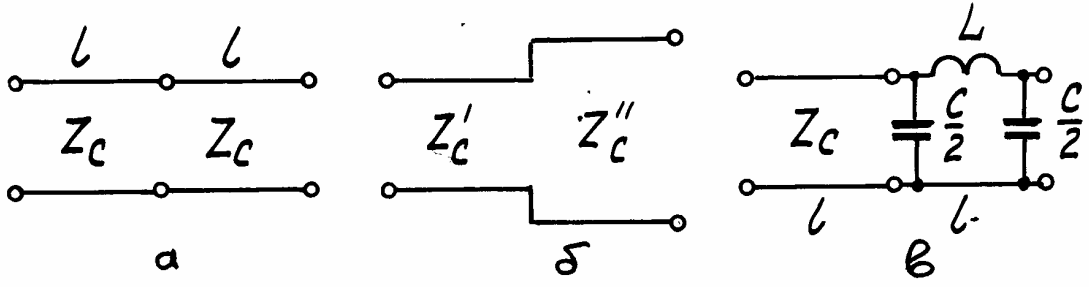


Рис.3.2. Соединения: а) двух отрезков одного кабеля, б) двух отрезков кабелей с разными волновыми сопротивлениями, в) кабеля и звена цепной структуры

Четырехполюсник (рис.3.1,а) создает запаздывание  $\tau''$ , которое можно вычислить с помощью характеристической фазовой постоянной  $b_c$ :

$$j \sin(b_c / 2) = \sqrt{Z_1 / 4Z_2}. \quad (3.15)$$

Подстановка в (3.15)  $Z_1 = j\omega L, Z_2 = 1 / j\omega C$  дает:

$$b_c = 2 \arcsin(\omega \sqrt{LC} / 2).$$

Поскольку  $b_c$  играет роль фазы, то время запаздывания есть

$$\tau'' = b_c / \omega \approx \sqrt{LC}, \quad (3.16)$$

если учесть неравенства из (3.5). По (3.13), (3.14), (3.16) имеем требуемые параметры замедляющего звена:

$$L = \alpha L_0, \quad C = \alpha C_0. \quad (3.17)$$

Итак, по известным параметрам  $L_0, C_0$  отрезка  $l$  длиной линии и заданному коэффициенту замедления волны  $\alpha$  находятся согласно (3.17) параметры замедляющего звена, которое удовлетворяет условию (3.13) импедансного согласования. Напомним, что для замедляющего звена должно выполняться условие частотной независимости  $Z_c$  по (3.5). Формулам (3.17) можно дать еще такую трактовку: Т-образное звено (сосредоточенная нерегулярность) вставлено вместо отрезка  $l$  однородного фидера, имевшего индуктивность  $L' = L_0 l$  и емкость  $C' = C_0 l$ , поэтому звено будет замедлять в  $\alpha$  раз, если его параметры  $L, C$  имеют увеличенные значения по сравнению с  $L', C'$ .

### 3.2. Реализация изоимпедансных цепных структур

3.2.1. Изоимпедансная цепная структура в предыдущем параграфе определена как металлическая конструкция, каждое звено которой состоит из реализаций продольной индуктивности и поперечной емкости на длине звена (рис.3.3,а). Цепная структура характеризуется условием изоимпедантности

$$Z_c = \sqrt{L_n / C_n} = \sqrt{L_{n+1} / C_{n+1}} = R, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.18)$$

при наличии у  $n$ -го звена свойства замедления скорости волны в  $\alpha_n$  раз ( $v_n=3 \cdot 10^8/\alpha_n$ ) по сравнению со скоростью  $v$  в подводящих (входных) участках фидера за счет выбора соотношения

$$v/v_n = \sqrt{L_n C_n / l^2 L_0 C_0} = \alpha_n. \quad (3.19)$$

Если все числа  $\alpha_n=1$ , то цепная структура будет воспроизводить поведение фидера с воздушным заполнением, поэтому для исключения из рассмотрения этого тривиального случая далее полагаем  $\alpha_n > 1$ . Попутно для всех звеньев принята одна и та же длина  $l$ , чтобы не иметь в (3.19) ложного эффекта замедления, возникающего при  $\alpha_n=1$  за счет удлинения звена, когда  $L_n=1_n L_0$ ,  $C_n=1_n C_0$ .

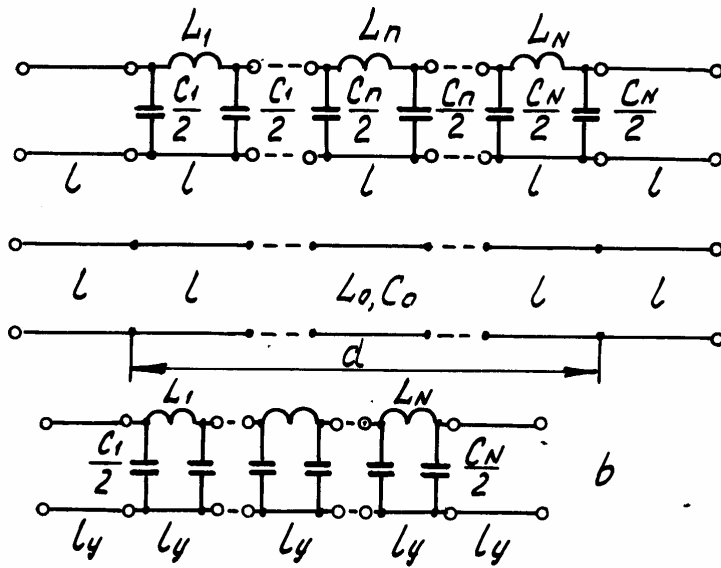


Рис.3.3. Цепная структура (а), ее фидерный прототип (б), укороченная цепная структура (в)

Реализациям индуктивностей и емкостей для различных рабочих частот посвящено огромное число работ, поскольку эта проблема всегда существовала при создании электрических фильтров. Имеются определенные трудности воспроизведения больших величин этих элементов и для высоких частот. Уместен вопрос: почему при создании изоимпедансных структур следует использовать именно сосредоточенные элементы  $L, C$ ? Ответ на этот вопрос кроется в соотношениях (3.5). Их выполнение означает частотно независимый характер эффекта полной прозрачности вплоть до частоты  $0,1f_0$ . Таким об-

разом, каждое звено изоимпедансной структуры имеет в качестве параметра частоты среза

$$f_{0n} = 1/\pi\sqrt{L_n C_n} = 1/\pi R C_n = R/\pi L_n, \quad (3.20)$$

определяющую окно полной прозрачности звена:  $0 < f < 0,1f_{0n}$ . Отрезок фидера  $l$  по аналогии с (3.20) характеризуется частотой

$$f_0 = 1/\pi l \sqrt{L_0 C_0}. \quad (3.21)$$

На основе (3.19) - (3.21) имеем формулы:

$$L_n = \alpha_n R / \pi f_0, \quad C_n = \alpha_n / \pi R f_0. \quad (3.22)$$

Итак, если для изоимпедансной структуры (рис.3.3,а) выбран прототип по рис.3.3,б, то по отношению к этому прототипу параметры звеньев  $L_n, C_n$  изменяются согласно (3.20) пропорционально изменению параметров замедления  $\alpha_n$ .

Ограничение на длину  $l$  вытекает из (3.4), и проверять его нужно не по (3.12) для фидера, а для звена изоимпедансной структуры:

$$\pi l \alpha_n / \lambda_0 = \pi l / \lambda_n \leq 0,1. \quad (3.23)$$

При выполнении (3.23) в силу  $\alpha_n > 1$  заведомо выполняется условие (3.12).

Использование известной теории характеристических параметров четырехполюсника позволяет в случае необходимости найти ток и напряжение в любом сечении изоимпедансной структуры по формуле

$$I_1 / I_n = U_1 / U_n = e^{j\omega R \sum C_n} = e^{jk_0 l \sum \alpha_n}, \quad (3.24)$$

где учтены выражения (3.21), (3.22).

3.2.2. Одному и тому же фидерному прототипу (рис.3.3,б) можно поставить в соответствие два варианта изоимпедансной структуры. Первый из них (рис.3.3,а) имел те же длины  $d, l$ , что и прототип. Рассмотрим теперь другой вариант изоимпедансной структуры (рис.3.3,в), обеспечивающей с фидерным прототипом одинаковое время запаздывания  $\tau$ . Для фидера длиной  $d$  это время есть  $\tau = d/v$ , которое будет наблюдаться с учетом (3.24) для волны в изоимпедансной структуре укороченной длины

$$d' = Nl' = Nd / \sum_{n=1}^N \alpha_n < d.$$

Относительное уменьшение длины звена есть

$$l' / l = N / \sum_{n=1}^N \alpha_n < 1. \quad (3.25)$$

С учетом укорочения звена в формуле (3.19) следует использовать вместо  $l$  величину  $l'$ , что при неизменности частоты  $f_0$  звена прототипа (3.21) дает вместо (3.22) формулы

$$L_n = \alpha_n R l' / l \pi f_0, \quad C_n = \alpha_n l' / l \pi R f_0, \quad (3.26)$$

где фигурирует относительное укорочение звена (3.25). Сравнение (3.22), (3.26) показывает, что параметры звена укороченной изоимпедансной структуры (рис.3.3,в) имеют меньшие величины, чем соответствующие параметры звена по рис.3.3,а. При этом окно полной прозрачности звена расширяется, поскольку подстановка (3.26) в (3.20) приведет к увеличению  $f_{0n}$  в  $(1/l')$  раз.

Укорочение звена структуры позволяет упростить выполнение условия (3.4), так как теперь вместо (3.23) нужно обеспечить выполнение соотношения

$$\pi l' \alpha_n / \lambda_0 = \pi l' / \lambda_n \leq 0,1. \quad (3.27)$$

Очевидно, что условие (3.27) достаточно проверить для звена с наибольшим параметром  $\alpha_n = \alpha_{\max}$ .

3.2.3. Отдельные варианты согласованных структур описаны в литературе. Например [22], диэлектрическая опора закреплена на более тонком внутреннем проводнике коаксиального кабеля (рис.3.4,а) так, что создается компенсирующий эффект для отражений от увеличенной емкости и увеличенной индуктивности. В [22] на рис.4.41 изо-



бражена замедляющая структура в виде проводника с двойными прорезами, что обеспечивает понижение фазовой скорости без увеличения волнового сопротивления.

На рис.3.4,б показано звено из двух емкостей и индуктивности в полосковом исполнении, где вносимые емкости и индуктивность подобраны согласно требованию (3.18). Конструкция неотражающей нерегулярности двухпроводной линии представлена на рис.3.4,в, где отражение от емкости (за счет использования диэлектрика) компенсируется отражением от дополнительной индуктивности, созданной за счет увеличения расстояния между проводами.

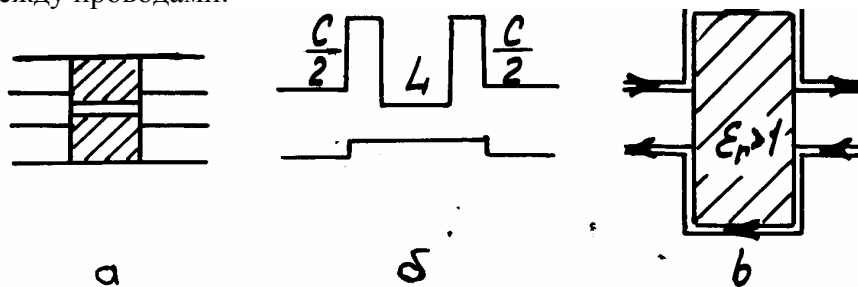


Рис.3.4. Примеры выполнения звеньев неотражающей цепной структуры: а) шайба в кабеле, б) неоднородность в полосковой линии, в) опора для двухпроводной линии

Следует также напомнить, что электрические фильтры нижних частот имеют схему замещения по рис.3.3,а, но с параметрами, несколько отличающимися от величин  $L_n, C_n$  для изоимпедансной структуры, определяемых по (3.18). За счет этого отличия можно решать проблему обеспечения заданной крутизны характеристики затухания на границе полосы пропускания и полосы задерживания.

### 3.3. Цепные структуры с антенными входами

3.3.1. Описанные в предыдущих параграфах цепные структуры возбуждались с помощью направляемой волны в фидере. Однако в ряде случаев первичная волна является свободно распространяющейся, поэтому до предложенной цепной структуры необходимо разместить однонаправленный волновой возбудитель - неотражающий волновой преобразователь (НВП).

Рассмотрим постановку задачи создания НВП. Пусть имеется  $N$  фидеров (рис.3.5,а), которые нужно возбудить, т.е. создать продольные токи проводимости, с помощью плоской волны, падающей слева. В области НВП1 должна располагаться некоторая конструкция, переводящая без потерь энергию свободно распространяющейся волны в энергию  $N$  фидерных волн. Главным требованием к НВП1 является условие согласованного преобразования, т.е. отсутствия отражения назад. Использование НВП2 на выходе позволит уйти энергии вправо в виде свободно распространяющейся волны.

При наличии НВП1, НВП2 можно будет в фидерную область  $D$  внедрить на участке  $D_0$   $N$  цепных изоимпедансных структур, описанных выше. Тогда все вместе они будут воспроизводить электромагнитный процесс, подобный волне в равнопроницаемом кусочно-однородном или неоднородном МД (гл.1).

Для поставленной задачи о НВП можно увидеть аналогию с переизлучающими решетками Ван-Атта или устройствами оптического типа для возбуждения элементов антенной решетки [23].

Опишем два подхода к созданию НВП. По первому из них преобразование волн может быть организовано за счет плавного перехода свободно распространяющейся волны в направляемые волны. Условно это показано на рис.3.5,б для приемной антен-

ной системы, состоящей из симметричных вибраторов с нарастающей длиной, подключенных к двухпроводному фидеру. Конструкция подобного типа используется на практике в виде приемной антенны бегущей волны. Для создания неотражающего действия (плавности перехода) необходима некоторая длина  $d$ .

Для второго направления плодотворной является идея возбудителя Гюйгенса, когда процесс возбуждения плоской волны передается только слева направо за счет кардиоидного вида диаграммы направленности возбудителя - совокупности электрического и магнитного излучателей (рис.3.5,в). Простейшей приемной антенной, имеющей, как и возбудитель Гюйгенса, кардиоидную диаграмму направленности, является совокупность электрического вибратора и магнитной антенны в виде рамки. Поэтому и предлагается из  $N$  подобных антенных элементов создавать НВП1 для возбуждения  $N$  фидеров.

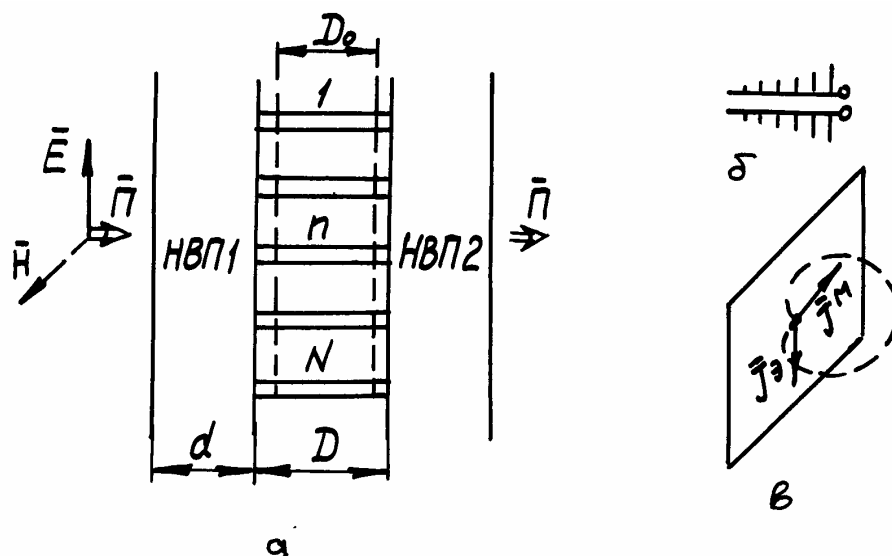


Рис.3.5. К созданию неотражающего волнового преобразователя (а), НВП в виде антенны бегущей волны (б), источник Гюйгенса (в)

3.3.2. Каждый из фидеров, представленных на рис.3.5,а, может быть заменен соответствующей изоимпедансной цепной структурой. Покажем это на примере перехода от отрезка полосковой линии (рис.3.6,а) к замедляющему звену цепной структуры (рис.3.6,б). За счет уменьшения ширины полоска в  $a_0/a$  раз происходит увеличение индуктивности в соответствии с формулой (3.17) в  $\alpha$  раз. Ранее отрезок полосковой линии имел индуктивность, приближенно вычисляемую по формуле

$$L' = \mu_0 b_0 l_0 / a_0, \quad (3.28)$$

а индуктивность звена цепной структуры есть

$$L = \mu_0 b_0 l_0 / a, \quad (3.29)$$

т.е. в соответствии с (3.17) имеем

$$\alpha = L / L' = a_0 / a. \quad (3.30)$$

Для выполнения условия изоимпедансности (3.18) нужно в  $\alpha$  раз увеличить емкость звена, для чего в начале и в конце звена производится уменьшение зазора в  $b_0/b$

раз. В силу доминирующей роли этих участков полагаем, что емкость звена теперь вычисляется по формуле

$$C \approx \epsilon_0 l a / b, \quad (3.31)$$

в то время как ранее отрезок полосковой линии имел

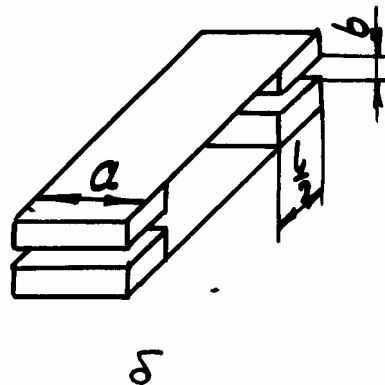
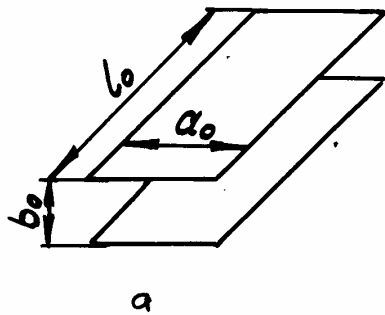
$$C' \approx \epsilon_0 l_0 a_0 / b_0. \quad (3.32)$$

Сравнивая (3.31), (3.32), получаем для коэффициента замедления

$$\alpha = C / C' = l a b_0 / l_0 a_0 b. \quad (3.33)$$

Условие изоимпедантности (3.18) уже косвенно учтено введением в (3.30), (3.33) одинакового обозначения  $\alpha$ , что должно сопровождаться по (3.30), (3.33) равенством

$$a_0^2 / a^2 = l b_0 / l_0 b.$$



Формулы (3.28), (3.29), (3.31), (3.32) взяты приближенными ради простоты, чтобы нагляднее продемонстрировать принцип перехода от отрезка линии к замедляющему изоимпедансному звену.

3.3.3. С использованием технических решений, представленных на рис.3.5, 3.6, рассмотрим конструкцию устройства (рис.3.7,а), осуществляющего согласованный поворот волны в соответствии с предложением по рис.2.4,а. Волна бежит вдоль одной грани клина к ребру, проходя вначале через волновой преобразователь НВП1, превращаясь в  $N$  фидерных волн (на рис.3.7,а это три фидера: а,б,с). Поворот волны осуществляется с помощью изоимпедансной цепной структуры, имеющей три канала а,б,с с четырьмя звеньями в каждом из них (1,2,3,4). Согласно формуле (1.121) величины замедления в каждом из каналов должны быть разными. Пусть, например, по отношению к радиусу скругления  $\rho_0$  радиусы закругления каналов есть

$$\rho_a = 2\rho_0, \quad \rho_b = 4\rho_0, \quad \rho_c = 6\rho_0. \quad (3.34)$$

Тогда для требуемых коэффициентов замедления имеем

$$\alpha_a = a / \rho_a = a / 2\rho_0, \quad \alpha_b = 0,5\alpha_a, \quad \alpha_c = 0,33\alpha_a, \quad (3.35)$$

где число  $a$  берется с выполнением условия  $a \geq \rho_N$ , чтобы иметь для наиболее длинного канала  $\alpha_N = a / \rho_N \geq 1$ .

Рис.3.6. Переход от полосковой линии (а) к изоимпедансной цепной структуре (б)

радиусы закругления каналов есть

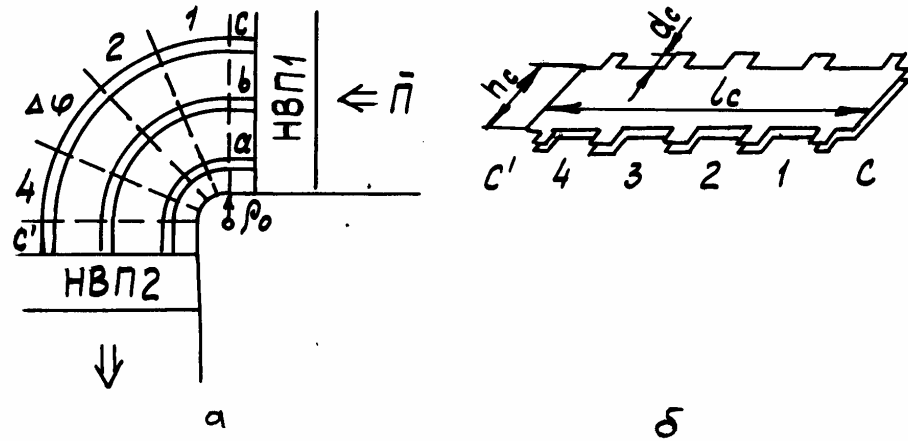


Рис.3.7. Поворотное волновое устройство (а), реализация канала замедляющей цепной структуры (б)

Деление канала на звенья производится с учетом требования малости искривления пути движения энергии в пределах угла  $\Delta\phi$ , т.е. при замене части окружности ( $cc'$ ) ломаной линией, состоящей из отрезков прямых 1,2,3,4. На рис.3.7,б в развернутом виде представлен один канал ( $c$ ) замедляющей цепной структуры, состоящей из четырех звеньев. По отношению к полосковому фидеру увеличение индуктивности выполнено за счет сужения ширины полоска  $h_c$ , а дополнительные емкости реализованы в виде боковых выступов  $d_c$ . Звенья  $b,a$  будут иметь различные длины  $l_b, l_a$ , связанные согласно (3.34) с  $l_c$  равенствами

$$l_b = 2l_c/3, \quad l_a = l_c/3.$$

Поскольку по (3.35) коэффициенты замедления различны в каналах, то в конструкциях для каналов  $b,a$  (по рис.3.7,б) величины  $h_b, d_b$  и  $h_a, d_a$  будут иными по сравнению с  $h_c, d_c$ .

### 3.4. Изоимпедансные структуры для Е,Н -волн

3.4.1. Интерес к замедленным Е-волнам возник давно в связи с необходимостью их использования в электронных приборах [24] и ускорителях частиц так, чтобы скорость движения волны была близка к скорости движения электрона. Рассмотренные ранее цепные структуры осуществляли замедление Т-волн, не имеющих продольной составляющей напряженности электрического поля. Поэтому такие структуры нельзя использовать для эффективного воздействия на продольно движущийся пучок электронов. В связи с этим целесообразно рассмотреть изоимпедансные структуры, воздействующие на Е,Н-волны при наличии продольных составляющих напряженностей электрического (магнитного) поля.

Такое рассмотрение окажется также полезным для решения задач поворота Е,Н-волн в изгибах металлических или диэлектрических волноводов.

3.4.2. При наличии Н-волны в волноводе его короткий отрезок можно также представить виде симметричного четырехполюсника по рис.3.1,а. Поскольку для волнового сопротивления  $Z_c^H$  и продольного волнового числа  $\beta$  есть формулы

$$Z_c^H = Z_0 / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}, \quad \beta = k_0 \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}, \quad (3.36)$$

то с учетом малости величины  $\beta l = \theta \ll 1$  имеем из (3.11) представления для  $Z_1, Z_2$ , входящих в схему замещения:

$$Z_1 = j\omega L_1, \quad Z_2 = 1/(j\omega C + 1/j\omega L_2), \quad (3.37)$$

где

$$L_1 = l\mu_0, C = l\epsilon_0, L_2 = \mu_0 \lambda_c^2 / 4\pi^2 l. \quad (3.38)$$

В соответствии с равенствами (3.37) на рис.3.8,а изображена схема замещения короткого отрезка волновода с Н-волной.

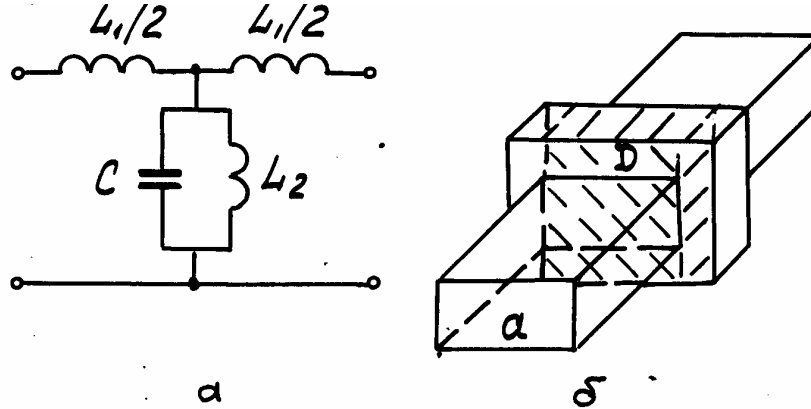


Рис.3.8. Схема замещения отрезка волновода с Н-волной (а), реализация схемы замещения с изменением ее параметров (б)

Подстановка (3.37) в формулу (3.2) дает прежнее выражение для  $Z_C^H$  из (3.36), если в представлении

$$Z_C^H = Z_0 / \sqrt{1 - (\omega_c / \omega)^2} \quad (3.39)$$

положить

$$\omega_c = 1 / \sqrt{L_2 C}, \quad Z_0 = \sqrt{L_1 / C}, \quad (3.40)$$

и при условии, что рабочая частота ограничена с двух сторон:

$$\omega_c < \omega < 0,1\omega_0 = 0,1\sqrt{1/L_2 C + 4/L_1 C}. \quad (3.41)$$

Можно выполнять согласно (3.40) определенные изменения параметров  $L_1, L_2, C$  схемы замещения (рис.3.8,а), не меняя  $\omega_c, Z_0$ , а, значит, по (3.39) и сопротивление  $Z_C^H$  на всех рабочих частотах (3.41). А именно, если вместо параметров  $L'_1, L'_2, C'$ , отвечавших участку однородного волновода, взять параметры звена изоимпедансной структуры в соответствии с равенствами

$$L''_1 = \alpha L'_1, \quad L''_2 = L'_2 / \alpha, \quad C'' = \alpha C', \quad (3.42)$$

то это звено будет идеально согласованно с прежним волноводом. Величина коэффициента  $\alpha$  скажется на времени запаздывания, вносимом звеном изоимпедансной структуры. Формулу для нахождения времени запаздывания имеем, подставляя (3.37) в (3.15):

$$\tau = \sqrt{L_1 C} \sqrt{1 - (\omega_c / \omega)^2}. \quad (3.43)$$

Поскольку, согласно (3.40) замены по (3.42) не влияют на  $\omega_c$ , то имеем по (3.43)

$$\tau'' = \alpha \tau'. \quad (3.44)$$

Коэффициент  $\alpha$  в (3.44) теперь может быть как больше, так и меньше единицы, если реализовывать  $L_1'' > L_1', L_2'' < L_2', C'' > C'$  либо создавать  $L_1'' < L_1', L_2'' < L_2', C'' < C'$ . При  $\alpha > 1$  переход по (3.42), т.е. замена отрезка волновода на звено изоимпедансной структуры, дает относительное увеличение времени запаздывания волны в  $\alpha$  раз. Соответственно, при  $\alpha < 1$  наблюдается относительное ускорение Н-волны.

На рис.3.8,б представлено согласованное замедляющее звено в прямоугольном волноводе, где согласно (3.42) выполнено увеличение  $L_1$  за счет расширения металлической трубы в вертикальной плоскости (вверх, вниз). Увеличение емкости  $C$  происходит благодаря использованию диэлектрика  $D$ , а уменьшение  $L_2$  обязано расширению трубы в горизонтальной плоскости (влево, вправо). В качестве основной волны выступает волна  $H_{10}$ , имеющая для (3.38)  $\lambda_c = 2a$ .

3.4.3. Исследование замедляюще-ускоряющего звена изоимпедансной структуры для Е-волны производится аналогично. Исходим из формул

$$Z_c^E = Z_0 \sqrt{1 - (\omega_c / \omega)^2}, \quad \beta = k_0 \sqrt{1 - (\omega_c / \omega)^2},$$

подстановка которых в (3.11) дает для сопротивлений схемы замещения

$$Z_1 = j\omega L_1 + 1/j\omega C_1, \quad Z_2 = 1/j\omega C_2, \quad (3.45)$$

где

$$L_1 = l\mu_0, C_2 = l\varepsilon_0, C_1 = 1/\mu_0 l\omega_c^2 = \varepsilon_0 \lambda_c^2 / 4\pi^2 l.$$

Формулам (3.45) отвечает схема замещения, изображенная на рис.3.9,а. Вместо уравнений (3.40) теперь справедливы равенства

$$\omega_c = 1/\sqrt{LC_1}, \quad Z_0 = \sqrt{L/C_2},$$

рабочая частота ограничивается согласно неравенству

$$\omega_c < \omega < 0,1\omega_0 = 0,1\sqrt{1/LC_1 + 4/LC_2}.$$

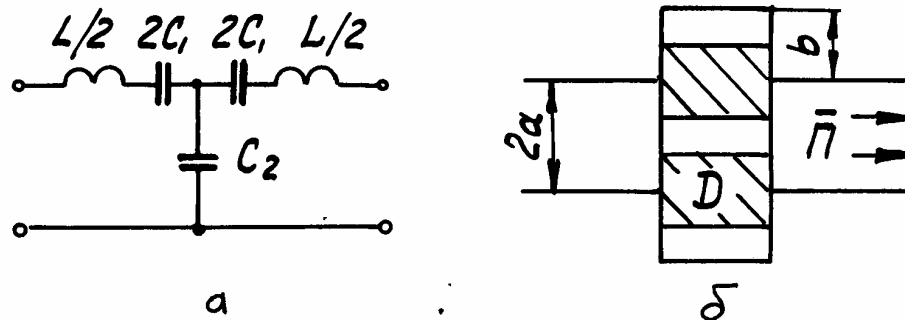


Рис.3.9. Схема замещения звена с Е-волной (а), реализация замедляющего звена изоимпедансной структуры (б)

Размещение вместо отрезка волновода звена изоимпедансной структуры означает переход от параметров  $L', C_1', C_2'$  к параметрам:

$$L'' = \alpha L', \quad C_1'' = C_1' / \alpha, \quad C_2'' = \alpha C_2'. \quad (3.46)$$

Подстановка (3.45) в (3.15) дает для времени запаздывания

$$\tau = \sqrt{LC_2} \sqrt{1 - (\omega_c / \omega)^2}. \quad (3.47)$$

С использованием (3.46) в (3.47) и с учетом неизменности  $\omega_c$  имеем для относительного времени запаздывания прежнюю формулу (3.44).

На рис.3.9,б указано замедляющее звено изоимпедансной структуры, где согласно (3.46) выполнено увеличение в  $\alpha$  раз продольной индуктивности  $L$  и поперечной емкости  $C_2$ , а также уменьшение продольной емкости  $C_1$ . Круглый волновод с диаметром  $2a$  имеет для волны  $E_{01}$  критическую длину  $\lambda_c = 2,613a$ . У звена изоимпедансной структуры диаметр увеличен до величины  $2(a+b)$ , что обеспечивает увеличение индуктивности  $L$ . Повысить поперечную емкость можно за счет использования шайбы из диэлектрика  $D$ . Эта шайба, втягивая из приосевой области линии вектора напряженности электрического поля, удлиняет их, что можно трактовать как уменьшение продольной емкости.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ввиду особой важности проблемы реализации полнопрозрачных сред и структур проведем сравнительный анализ всех рассмотренных выше возможностей решения этой проблемы, привлекая также справочные данные по электротехническим материалам [25].

На рис.А представлены графики, позволяющие определить длину волны  $\lambda$  в равнопрозрачном МД, если проницаемости есть  $1 < \alpha < 10^6$ . Например, при частоте  $f=1$  МГц длина волны в воздухе  $\lambda_0=300$  м, но при использовании МД с  $\alpha=100$  имеем  $\lambda=3$  м. Существующие возможности создания ферромагнитных материалов определяются областью, которая на рис.А ограничена штриховой линией М. Эта область состоит из полос 1-6, для которых имеем данные [25]:

1.  $1 < \mu_r = \alpha < 10$  - технически чистое железо,
2.  $10 < \alpha < 100$  - магнитодиэлектрики типа альсифера,
3.  $10^2 < \alpha < 10^3$  - электротехнические стали,
4.  $10^3 < \alpha < 10^4$  - ферриты,
5.  $10^4 < \alpha < 10^5$  - высокопроницаемые ферриты,
6.  $10^5 < \alpha < 10^6$  - магнитомягкие и аморфные сплавы.

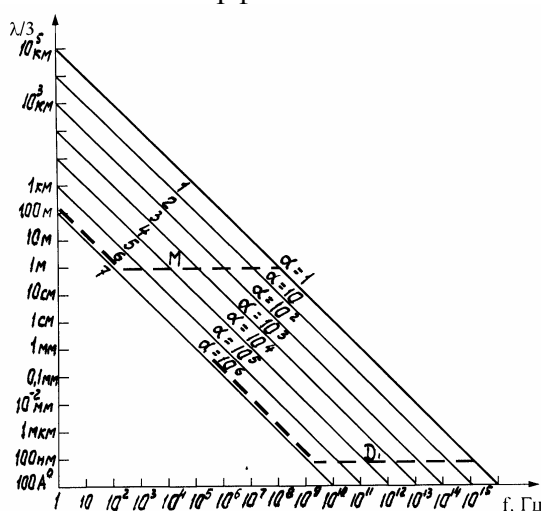


Рис. А. Возможности участия магнетиков (М) и диэлектриков (Д) в создании равнопрозрачных МД

Общая закономерность состоит в том, что увеличение магнитной проницаемости сопровождается уменьшением диапазона рабочих частот для этого материала. Остается открытым вопрос о возможности создания ферромагнетика с  $\mu_r > 10^6$  при  $f < 100$  Гц (область 7). С другой стороны, при  $f > 100$  МГц исчерпываются возможности ферромагнетиков по участию в создании равнопрозрачных МД, ибо  $\mu_r \approx 1$ .

Для диэлектриков область D имеет границу гораздо дальше по частоте, ибо, например, существуют сегнетоэлектрики с  $\epsilon_r = \alpha > 10^5$  при  $f = 100$  МГц. Для полос 1-6 имеем [25]:

1.  $1 < \epsilon_r = \alpha < 10$  - стекло, слюда, фарфор, бумага,
2.  $10 < \alpha < 100$  - керамика с небольшой проницаемостью  $\epsilon_r$ ,
3.  $10^2 < \alpha < 10^3$  - керамика с повышенной  $\epsilon_r$ ,
4.  $10^3 < \alpha < 10^4$  - сегнетокерамика,
5.  $10^4 < \alpha < 10^5$  - сегнетокерамика,
6.  $10^5 < \alpha < 10^6$  - сегнетоэлектрики.



На частотах  $1 \text{ Гц} < f < 10^8 \text{ Гц}$  области М и D перекрываются, что позволяет реализовать равнопроницаемый МД по методам 1 и 3, указанным в п.1.6: фабриковать МД из магнитных и диэлектрических частиц либо из готовых изделий - магнитных и диэлектрических пластин (стержней). Методика получения искусственного МД из электрических и магнитных диполей (металлических шариков и рамок [4]), по-видимому, должна пройти через этапы теоретической и экспериментальной детализации, подобные тем, что в последние годы выполнены для так называемых киральных сред [26].

Наконец, для исследованных в главе 3 цепных изоимпедансных структур также имеются определенные трудности реализации, которые нужно будет преодолевать. На рис.В представлены графики, которые позволяют определить эквивалентные параметры  $L, C$  звена цепной структуры с импедансом  $Z_c = 100 \text{ Ом}$ . Прямая  $\alpha = 1$  соответствует отрезку кабеля, длина которого изменяется, если рассматривается другая рабочая частота  $f$ .

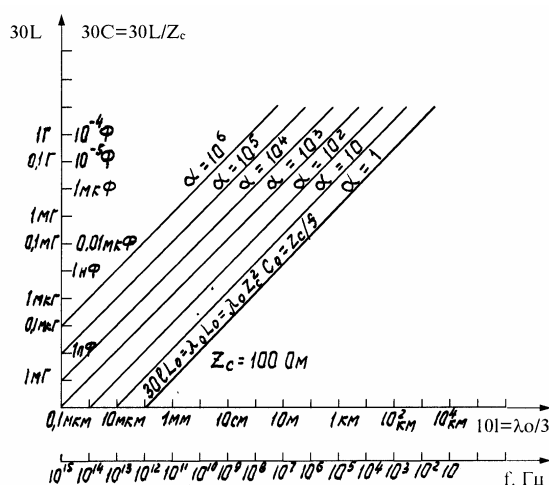


Рис. В. Продольная индуктивность и поперечная емкость звена замедляющей цепной структуры

Например, при рабочей частоте  $f = 10^9 \text{ Гц}$  нужно брать длину отрезка  $l \leq \lambda_0/30 = 1 \text{ см}$ , чтобы выполнялось условие малости  $l/\lambda_0 \ll 1$ . Отрезок кабеля  $l = \lambda_0/30$  будет иметь для схемы замещения индуктивность  $lL_0 = \lambda_0 L_0 / 30 = 3,3 \text{ нГн}$  и емкость  $\lambda_0 C_0 / 30 = \lambda_0 L_0 / 30 Z_c^2 = 0,33 \text{ пФ}$ . При переходе от отрезка кабеля к звену изоимпедансной структуры, замедляющей в  $\alpha$  раз, нужно воспользоваться соответствующей прямой на рис.В. Например, задание числа  $\alpha = 10^3$  приведет к необходимости реализации продольной индуктивности  $L = 33 \text{ мкГн}$  и поперечной емкости  $C = 330 \text{ пФ}$  на длине звена  $l = 1 \text{ см}$ . Если увеличенную индуктивность стараться получить за счет уменьшения толщины внутренней жилы, то это будет сопровождаться уменьшением величины допустимого тока в ней. При реализации увеличения емкости с помощью дополнительных диафрагм также появятся ограничения на передаваемую мощность, поскольку снижается порог электрической прочности звена.

Наличие своих ограничений у разных методов реализации полнопрозрачных сред и структур (рис.А и рис.В) является естественным. Вместе с тем, очевидны широкие перспективы создания различных вариантов полнопрозрачных сред и структур, приспособленных под различные диапазоны частот, уровни проходящей мощности, разнообразные области применения. Электромагнитный двигатель - толкатель, описанный в параграфе 2.5, или покрытия-невидимки из п.2.3 либо малогабаритные антенны декаметрового диапазона волн (п.2.1) будут иметь разные виды исполнения полнопрозрачных сред - равнопроницаемых МД.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Князь А.И. Граничные задачи электродинамики. Одесса.: Издание ОЭИС, 1991.- 120 с.
2. Knyaz A.I. Circular Waves in the Channel Waveguides /Trans. of 14<sup>th</sup> Intern.Sympos. on Electromagnet. Theory, Australia, 1992, p.248-250.
3. Князь А.И. Электродинамика информационных систем. М.: Радио и связь, 1994. - 392 с.
4. Князь А.И. Бинарные материалы в устройствах радиоэлектроники. Одесса: Издание УГАС, 1994. - 80 с.
5. Knyaz A.I. Isoimpedance Inhomogeneous Media in Antenna Applications / Proc. of 1995 Antenna Applications Symposium, Illinois Univ., 1995.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 1982. - 620 с.
7. Рязанов М.И. Электродинамика конденсированного вещества. - М.: Наука, 1984. - 304 с.
8. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн - М.: Наука, 1978. - 544 с.
9. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973.- 344с.
10. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М.: Мир, 1989. - 664 с.
11. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Наука, т.2, 1978. - 556 с.
12. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. - М.: Сов. Радио, 1957. - 584 с.
13. Князь А.И. Синтез неоднородных изоимпедансных сред, Труды УНИИРТ, № 3, 1995, с. 59-62.
14. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 1965.- 704с.
15. Князь А.И. Комплексные потенциалы трехмерных электрических и магнитных полей. Киев-Одесса: Вища школа, 1981. - 120 с.
16. Князь А.И. Двухкоординатные потенциалы в расчетах трехмерных полей. - Киев: Изд-во ин-та кибернетики АН УССР, 1973. - 50 с.
17. Кюн Р. Микроволновые антенны. Л.: Судостроение, 1967. - 518 с.
18. Fujimoto K. et al. Small Antennas. - England. Research Studies Press Ltd., 1987. - 300p.
19. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов / М.Е.Варганов, Ю.С. Зиновьев, Л.Ю. Астанин и др. - М.: Радио и связь, 1985. - 236 с.
20. Захарьев Л.Н., Леманский А.А. Рассеяние волн «черными» телами. - М.: Сов. Радио, 1972. - 288 с.
21. Стрэттон Дж. Теория электромагнетизма. - М.: ГИТТЛ, 1948. - 540 с.
22. Мейнке Х., Гундлах Ф. Радиотехнический справочник, т.1, М.: Госэнергоиздат, 1960. - 416 с.
23. Антенны и устройства СВЧ (Проектирование фазированных антенных решеток)/ Д.И. Воскресенский и др.. - М.: Радио и связь, 1981. - 432 с.
24. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. - М.: Высшая школа, 1990. - 336 с.
25. Справочник по электротехническим материалам / Под ред.Ю.В.Корицкого и др.- т.2, т.3 - Л.: Энергоатомиздат, 1987, 1988. -464 с., 728 с.
26. Mariotte F., Tretyakov S.A., Sauviac B. Modeling Effective Properties of Chiral Composites, IEEE Antenna and Propag. Magazine, v.38, No.2, 1996, p.22-32.

KNYAZ ARKADI, KNYAZ ANDREJ

## **FULL-TRANSPARENT MEDIA AND STRUCTURES,**

Odessa, 1996

Impedance matched wave processes are optimal ones on many parameters. In this book, it is suggested to create with help of developed theory the special lossless isoimpedance media and structures providing the full-transparent regime. In particular, it allows to translate the thoughts about «invisible hat» from fairy-tales and fiction stories in an area of real solutions. It is possible to use the given results as for electromagnetic systems of different frequencies bands (including optical one) so for acoustical problems. This book is destined for scientists, post-graduate students, radio and electrical engineers.

© Knyaz A.I., Knyaz A.A. All rights reserved.

## **CONTENTS**

### Introduction

#### Chapter 1. Electrodynamics of magnetodielectrics with constant permeability/permittivity ratio

- 1.1. Plane waves in isoimpedance media with step-constant parameters
- 1.2. Media with continuous varying parameters
- 1.3. Spherical waves in isoimpedance magnetodielectrics
- 1.4. Plane and spherical waves with non-parallel fronts
- 1.5. Quasi-matched media
- 1.6. About isoimpedance media realization

#### Chapter 2. Full-transparent media application principles

- 2.1. Immersion of devices in isoimpedance magnetodielectrics
- 2.2. Composed full-transparent media
- 2.3. Invisible bodies
- 2.4. Combination of fully transparency and absorption properties
- 2.5. Intensification of wave pressure effect

#### Chapter 3. Isoimpedance chain structures

- 3.1. Wave processes simulation with help of chain networks
- 3.2. Isoimpedance chain structure realization
- 3.3. Chain structures with antenna inputs
- 3.4. Isoimpedance structures for E,H-waves

### Conclusion

### References