УДК 621.396.931

А.И.Князь
A.I.Knyaz

СИНТЕЗ НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОИМПЕДАНСНЫХ СРЕД
INHOMOGENEOUS ISOIMPEDANCE MEDIA SYNTHESIS

Аннотация. Предложен метод синтеза неоднородных изоимпедансных сред по требованию повышения направленности излучения антенн, а также рассмотрено действие волнового пучка на такую среду.

Abstract. Inhomogeneous isoimpedance media synthesis method is suggested with antenna radiation directivity increasing and wave beam action on these media is considered.

ВВЕДЕНИЕ. Ранее [1-3] исследовалось неотражающее действие неоднородной изоимпедансной среды с равными относительными проницаемостями $\varepsilon_r(x,y,z)=\mu_r(x,y,z)=\alpha(x,y,z)$, когда отсутствует рассеянное поле. В данной работе раскрываются возможности неоднородной изоимпедансной среды (НИИС) влиять как на прошедшую, так и на отраженную волны. Вначале (п. 1^o) указан алгоритм синтеза характеристики НИИС $\alpha = \alpha(z)$ по требованию повышения угловой избирательности коэффициентов прохождения и отражения в зависимости от угла падения плоской волны θ_0. Далее (п. 2^o) исследованы возможности НИИС воздействовать на волновой пучок, когда энергия сосредоточена в пределах конечного участка фронта падающей волны.

1^o. Если на границу $z=0$ между однородной средой с $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\mu=\mu_0$ и НИИС с характеристикой $\alpha = \alpha(z)$ наклонно падает волна

$$E^0 = E_y^0 = e^{-jk_0(x\sin\theta_0 + z\cos\theta_0)}, \tag{1}$$

то для отраженной волны имеем

$$E_y^R = Re^{-jk_0(x\sin\theta_0 - z\cos\theta_0)}, \tag{2}$$

где R - коэффициент отражения. В НИИС действует уравнение

$$E''_x + E''_z - \alpha'_z\alpha^{-1}E'_z + k_0^2\alpha^2 E = 0,$$

решение которого можно находить по формуле

$$E = E_y = T\exp[-jk_0(x\sin\theta_0 + \int_0^z \alpha\beta dz)], \tag{3}$$

где T- коэффициент прохождения, а функции $\alpha(z),\beta(z)$ связаны равенством

$$\alpha^2(1-\beta^2) - jk_0^{-1}\alpha\beta'_z - \sin^2\theta_0 = 0. \tag{4}$$

Если характеристика НИИС $\alpha = \alpha(z)$ задана, то имеем задачу анализа, когда функция $\beta = \beta(\zeta, \theta_0)$ находится как решение уравнения Риккати (4). Коэффициенты прохождения и отражения определяются по формулам

$$T = 2/[1 + \beta(0, \theta_0)/\cos\theta_0], R = T - 1, \tag{5}$$

которые имеем после подстановки (1) - (3) в граничные условия на границе $z = 0$.

В рассматриваемой здесь задаче синтеза характеристика $\alpha = \alpha(z)$ является искомой, для нее нужно составить дифференциальное уравнение.

Если НИИС является средой без потерь $(\mathrm{Im}\alpha = 0)$, то выполнение уравнения (4) при $\sin^2\theta_0 > 0$ возможно только при комплексном характере $\beta = \beta_r + j\beta_i$, поэтому из (4) имеем два уравнения:

$$\beta_i = -(\ln\beta_r)'_\zeta / 2\alpha, \tag{6}$$

$$\beta_r^2 = 1 + \beta_i^2 - s\alpha^{-2} + \alpha^{-1}\beta'_{i\zeta}, \tag{7}$$

где $\zeta = k_0 z, s = \sin^2\theta_0$. В силу независимости $\alpha(z)$ от угла падения волны получаем

$$\beta'_{is} = -0{,}5\alpha^{-1}(\ln\beta_r)''_{\zeta s}, \quad (\beta_i^2)'_s = 0{,}25\alpha^{-2}[(\ln\beta_r)'^2_\zeta]'_s,$$

поэтому из (7) следует равенство

$$(\beta_r^2)'_s = 0{,}25\alpha^{-2}[(\ln\beta_r)'^2_\zeta]'_s - \alpha^{-2} - 0{,}5\alpha^{-1}[\alpha^{-1}(\ln\beta_r)''_{\zeta s}]'_\zeta. \tag{8}$$

При нормальном падении волны, как показано в [3], отраженная волна отсутствует при любой функции $\alpha(z)$, откуда следуют дополнительные требования к β_r, β_i на границе при $\theta_0 \to 0$:

$$\lim\beta_r(0, \theta_0) = 1, \lim\beta_i(0, \theta_0) = 0. \tag{9}$$

Дифференциальное уравнение (8) определяет разрешенный класс функций $\beta_r = \beta_r(\alpha, \alpha'_\zeta, s)$, а после подстановки β_r в (6) и разрешенный класс функций $\beta_i = \beta_i(\alpha, \alpha'_\zeta, s)$. Учет этих зависимостей в (7) приводит к нелинейному дифференциальному уравнению для α.

Например, решением уравнения (8) будет функция $\beta_r = \cos\theta_0 / \alpha(\zeta)$, тогда по (6) имеем $\beta_i = \alpha'_\zeta / 2\alpha^2$, после чего (7) принимает вид обыкновенного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка

$$\alpha\alpha''_\zeta - 1{,}5\alpha'^2_\zeta + 2\alpha^2(\alpha^2 - 1) = 0. \tag{10}$$

Решением уравнения (10) является [4] функция

$$\alpha = 2/[\cos 2(\zeta+\zeta_0)+\sqrt{5}]\,, \tag{11}$$

где с помощью константы ζ_0 на границе $\zeta = k_0 z = 0$ выбирается число $\alpha_0 = 2/(\cos 2\zeta_0 + \sqrt{5})$. При получении (11) использовано также условие отсутствия потерь в НИИС вида $\mathrm{Im}\alpha = 0$. Заметим, что согласно (11) рассматриваемая НИИС имеет периодическое изменение проницаемостей в пределах 0,62 < $\alpha(z)$ < 1,63.

Выбранная функция $\beta_0 = \cos\theta_0/\alpha + j\alpha'_\zeta/2\alpha^2$ является частным решением уравнения Риккати (4), не удовлетворяющим требованиям (9). Однако для уравнения Риккати известна процедура нахождения общего решения β по частному решению β_0 и решению u линейного уравнения:

$$\beta = \beta_0 + 1/u = \frac{\cos\theta_0}{\alpha}[1+\frac{2}{-1+(1+2C/\alpha_0\cos\theta_0)e^{-2j\zeta\cos\theta_0}}]+\frac{j\alpha'_\zeta}{2\alpha^2}\,. \tag{12}$$

Выбор константы C производится так, чтобы удовлетворялись условия (9), откуда имеем:

$$C = 1/[1-\beta_0(0,0)] = 1/[1-0{,}5(\sqrt{5}+\cos 2\zeta_0) - j0{,}5\sin 2\zeta_0]\,. \tag{13}$$

Рассмотрение выражений (11) - (13) на границе (z = 0) и их подстановка в (5) дает представление для коэффициента прохождения

$$\frac{1}{T(\theta_0)} = \cos^2\frac{\theta_0}{2}+\frac{1}{\alpha_0}\sin^2\frac{\theta_0}{2}+\frac{j}{2\alpha_0}\left(\frac{1}{\cos\theta_0}-\cos\theta_0\right)\sqrt{\alpha_0\sqrt{5}-\alpha_0^2-1}\,, \tag{14}$$

где граничное значение $\alpha_0 = \varepsilon_r(0) = \mu_r(0)$ характеристики НИИС можно задать в пределах 0,62 < α_0< 1,63. Если бы вместо НИИС был однородный магнитодиэлектрик с $\varepsilon_r = \mu_r > 1$, то зависимость коэффициента прохождения от угла падения была бы иной:

$$T^0(\theta_0) = 2/[1+\sqrt{1-\varepsilon_r^{-2}\sin^2\theta_o}/\cos\theta_0]\,. \tag{15}$$

Соотношение (15) получается не только из формул Френеля, но и из (5), (4), если в них учесть независимость β от z. Особенно наглядно различие между поведением НИИС и однородной среды в случае плавного перехода от вакуума к НИИС при $\alpha_0 = 1$. При этом однородный магнитодиэлектрик в силу $\varepsilon_r = \mu_r = 1$ не меняет условия прохождения волны (1), ибо согласно (15) имеем $T^0(\theta_0) = 1$ при любом угле падения. Однако НИИС пропускает и отражает наклонно падающую волну по (14) с учетом угла падения:

$$T(\theta_0) = 1/[1+j0{,}24(-\cos\theta_0 + 1/\cos\theta_0)], R = T-1\,.$$

Теперь можно сформулировать общие принципы синтеза характеристики НИИС $\alpha(z)$ на основе полученных формул. С ростом угла падения θ_0 от 0 до $\pi/2$ увеличивается отражение и ослабевает прохождение волны в НИИС. По сравнению с однородным магнитодиэлектриком использование НИИС позволяет получать вместо (15) иную характеристику прохождения Т (θ_0). Задача синтеза состоит в задании функции Т = Т (θ_0) (или коэффициента отражения R(θ_0) и в построении соответствующей характеристики НИИС $\alpha = \alpha(z)$.

Для решения поставленной задачи синтеза необходимо по функции $T(\theta_0) = \Phi(\theta_0)\exp[j\psi(\theta_0)]$ согласно (5) и (9) получить вначале выражения:

$$\beta_r(0,\theta_0) = [-1 + 2\Phi^{-1}(\theta_0)\cos\psi(\theta_0)]\cos\theta_0,$$

$$\beta_i(0,\theta_0) = -2\Phi^{-1}(\theta_0)\cos\theta_0 \sin\psi(\theta_0),$$

выполняющие роль начальных условий для функций $\beta_r(\alpha,s), \beta_i(\alpha,s)$, определяемых как решения дифференциальных уравнений (8) и (6). Подстановка этих функций в (7) дает для нахождения характеристики $\alpha = \alpha(z)$ уравнение, одним из вариантов которого было равенство (10). Волна в НИИС описывается по (3), (6)

$$E(x,z) = E_m(z)e^{-j\varphi(x,z)},$$

$$E_m(z,\theta_0) = \Phi(\theta_0)\exp(\int_0^{\zeta}\beta_i\alpha d\zeta) = \Phi(\theta_0)\sqrt{\beta_r(0,\theta_0)/\beta_r(\zeta,\theta_0)},$$

$$\varphi(x,z,\theta_0) = k_0 x\sin\theta_0 - \psi(\theta_0) + \int_0^{\zeta}\beta_r\alpha d\zeta.$$

Если будут созданы НИИС с потерями, когда изоимпедансность обеспечивается при комплексном характере $\alpha = \varepsilon_r' + j\varepsilon_r'' = \mu_r' + j\mu_r''$, то от требования $\operatorname{Im}\alpha = 0$ можно отказаться.

Практическое использование синтезированной НИИС для приемных антенн состоит в размещении слоя из этого материала так, что приход полезного сигнала происходит по нормали к границе. Для помехонесущих волн как наклонно падающих волн наблюдается существенное уменьшение коэффициента прохождения.

Слой из НИИС, размещенный вблизи передающей антенны, выполняет фокусирующую роль и заостряет характеристику направленности излучения. В отличие от диэлектрика ($\varepsilon = \varepsilon(z), \mu_r = 1$) используемая НИИС не создает отражения по нормали [3] при любых вариациях синтезируемой функции

$\alpha = \alpha(z)$, что устраняет известный недостаток традиционных линзовых антенн.

2^0. Уместно рассмотреть еще задачу о нормальном падении волнового пучка на НИИС с границей $z = 0$. Теперь вместо (1) для падающей волны справедливо

$$E^0(x,z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu) e^{j(\nu x - z\sqrt{k_0^2 - \nu^2})} d\nu, \tag{16}$$

где с помощью спектральной плотности $F(\nu)$ задается поведение амплитуды поля относительно x. На границе $z = 0$ для интеграла Фурье

$$E^0(x,0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu) e^{j\nu x} d\nu$$

есть формула обращения

$$F(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E^0(x,0) e^{-j\nu x} dx. \tag{17}$$

Например, для волнового пучка с амплитудой

$$E^0(x,0) = \begin{cases} 1, & -a < x < a, \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

спектральная плотность по (17) равна $F(\nu) = \sin \nu a / \nu \pi$. Для отраженной волны

$$E^R(x,z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\nu) e^{j(\nu x + z\sqrt{k_0^2 - \nu^2})} d\nu, \tag{18}$$

а для поля в НИИС

$$E^T = \int_{-\infty}^{\infty} T(\nu) \exp\left[j(\nu x - \sqrt{k_0^2 - \nu^2} \int_0^z \alpha(z) \beta(z,\nu) dz) \right] d\nu, \tag{19}$$

где для функции $\beta(z)$ должно выполняться дифференциальное уравнение Риккати

$$\beta'_z = jk_0 \alpha \sqrt{1 - \nu^2 k_0^{-2}} \beta^2 + j(\nu^2 - k_0^2 \alpha^2) / \alpha k_0 \sqrt{1 - \nu^2 k_0^{-2}}. \tag{20}$$

Из граничных условий имеем аналоги равенств (5):

$$T(\nu) = 2F(\nu) / [1 + \beta(0,\nu)], R(\nu) = T(\nu) - F(\nu), \tag{21}$$

Аналогами формул (6), (7) являются уравнения

$$\beta_i = -\beta'_{r\zeta} / 2\beta_r \alpha \sigma, \sigma(\nu) = \sqrt{1 - \nu^2 k_0^{-2}}, \tag{22}$$

$$\beta_r^2 = \beta_i^2 + \alpha \beta'_{i\zeta} \sigma^{-1} + [1 - \nu^2 (\alpha k_0)^{-2}] \sigma^{-2}, \tag{23}$$

откуда подобно (8) имеем равенство для β_r:

$$(\beta_r^2)'_\nu = \frac{1}{4\alpha^2}\left[\frac{(\ln\beta_r)'^2_\zeta}{\sigma^2}\right]'_\nu - \frac{1}{2\alpha}\left[\frac{(\alpha^{-1}(\ln\beta_r)'_\zeta)'_\zeta}{\sigma^2}\right]'_\nu + \left[\frac{1-\nu^2(\alpha k_0)^{-2}}{\sigma^2}\right]'_\nu. \qquad (24)$$

Алгоритм синтеза $\alpha(z)$ состоит из следующих этапов:

1. Для заданного падающего и желаемого отраженного волновых пучков по (17) определяем их спектральные плотности $F(\nu)$, $R(\nu)$, по которым находим граничное значение функции β:

$$\beta(0,\nu) = (F-R)/(F+R). \qquad (25)$$

Согласно формуле (25) определяющим является отношение функций $R(\nu)/F(\nu)$, а не их раздельное задание.

2. Вспомогательные функции $\beta_r(\alpha,\nu), \beta_i(\alpha,\nu)$ находятся как решения граничных задач (24), (25) и (22), (25).

3. Подстановка β_r, β_i в (20) приводит к конкретному виду дифференциального уравнения для $\alpha(z)$, решение которого и будет искомой характеристикой НИИС.

Например, выбор вспомогательных функций

$$\beta_r = 1/\alpha(\zeta), \beta_i = \alpha'_\zeta / 2\alpha^2\sqrt{1-\nu^2 k_0^{-2}}$$

приведет к НИИС с характеристикой (11), удовлетворяющей уравнению (10).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование НИИС открывает новые возможности - поиск характеристики $\alpha(z)$, обеспечивающей заданную угловую избирательность прохождения (отражения), выполняется независимо от условия полного прохождения нормально падающей плоской волны.

При наличии вместо плоской волны волнового пучка в качестве спектральной плотности $F(\nu)$ выступает не δ- функция, а некоторое аналитическое выражение, определяющее перераспределение энергии между наклонно падающими волнами. Поскольку по отношению к последним НИИС оказывает действие в соответствии с ее характеристикой $\alpha(z)$, то ее выбор обеспечит желаемое поведение коэффициентов отражения и прохождения $R(\nu)$, $T(\nu)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Князь А.И. Электродинамика информационных систем. - М.: Радио и связь, 1994. - 392 с.
2. Князь А.И. Бинарные материалы в устройствах радиоэлектроники. - Одесса.: Изд-е Укр. академии связи, 1994. - 80 с.
3. Князь А.И. Неотражающее действие неоднородных изоимпедансных сред без потерь.Вопросы электросвязи- Киев, Техніка ,1995.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 1965. - 70 4 с.